Dario Fiorentini e Alfonso Jiménez (Org.)

Histórias de aulas de Matemática

Compartilhando saberes profissionais

Adilson Pedro Roveran
Alfonso Jiménez Espinosa
Conceição Ap. Paratelli
Dario Fiorentini
Eliane Matesco Cristovão
Juliana Facanali Castro
Maria das Graças Abreu
Rodrigo Lopes de Oliveira
Rogério S. Ezequiel
Roseli de Morais

(GRUPO DE SÁBADO)

UNICAMP
Faculdade de Educação
cempem

Catalogação na Publicação (CIP) elaborada por

Elaboração da ficha catalográfica
Gildenir Carolino Santos – CRB-8/5447

Organização e editoração
Alfonso Jiménez Espinosa, Dario Fiorentini

Revisão dos textos
Todos os integrantes do GdS

Diagramação
Jórgias Alves Ferreira (Mike)

Desenho de capa
Reina del Pilar Sánchez Torres

Apoio financeiro
FAEP/UNICAMP

Tiragem
1.000 exemplares

CEMPEM/FE/UNICAMP
Av. Bertrand Russell, 801 – Cidade Universitária
Caixa Postal: 6120
13083-970 Campinas – SP
Tel.: [0xx19] 3788.5587
e-mail: zetetike@unicamp.br
home page: www.fae.unicamp.br/cempem

Gildenir Carolino Santos – CRB-8ª/5447

H629 Histórias de aulas de matemática: compartilhando saberes profissionais / Dario Fiorentini, Alfionso Jiménez (org.); Adilson Pedro Roveran... [et al.]. – Campinas, SP: Gráf. FE : CEMPEM, 2003.

ISBN: 85-86091-64-2

1. Matemática. 2. Ensino. 3. Ambiente de sala de aula. 4. Professores de matemática. I. Fiorentini, Dario. II. Jiménez Espinosa, Alfonso. III. Roveran, Adilson Pedro.

03-0121-BFE 20ª CDD - 510

Índice para catálogo sistemático

1. Matemática	510
2. Ensino	370
3. Ambiente de sala de aula	371.102
4. Professores de matemática	510.71

Impresso no Brasil

Julho – 2003

ISBN: 85-86091-

SUMÁRIO

Apresentação

Esta é a segunda publicação do Grupo de Sábado (GdS). A primeira – *Histórias de aulas de matemática: trocando, escrevendo, praticando e contando* – foi editada em julho de 2001 e reuniu 5 textos nos quais os professores narravam suas experiências vividas com seus alunos.

A presente publicação reúne 11 textos escritos por professores do Ensino Fundamental e Médio (EFM) e um texto escrito por acadêmicos. Estes foram produzidos durante os dois últimos anos (jun/2001 a jun/2003) de estudo, reflexão e investigação do grupo.

O texto introdutório deste livro – escrito por Dario Fiorentini e Alfonso Jiménez – narra um pouco a trajetória do grupo, dando destaque especial aos pressupostos teórico-metodológicos que regem a dinâmica dos encontros, sobretudo a metodologia de trabalho colaborativo que vem sendo desenvolvida no GdS.

O segundo texto – escrito por Rodrigo Lopes de Oliveira – narra e discute um estudo didático-pedagógico em torno do ensino de *cálculo mental* e que foi experienciado pelo professor-autor junto a seus alunos do III e IV ciclo do Ensino Fundamental. Cabe destacar, neste texto, as quatro dimensões pelas quais o autor transita: a prática interativa de sala de aula; o que diz a literatura sobre o tema; as reflexões e análises feitas com a ajuda do GdS sobre a experiência realizada; e seus projetos futuros.

Os três textos seguintes tematizam o ensino de "perímetro". Este tema recebeu a atenção do grupo devido a situações de sala de aula inicialmente vividas por dois dos integrantes do grupo: Conceição Aparecida Paratelli e Rogério de Sousa Ezequiel.

Conceição, enquanto formadora de professores das séries iniciais do EF, deparou-se com a dificuldade de uma de suas professoras na resolução de um problema de perímetro junto a uma classe de 4ª série. O problema trazido por Rogério dizia respeito à dificuldade de seus alunos em considerarem, no cálculo de perímetro de figuras vazadas, o contorno interno. Verificou que essa possibilidade também não era explorada e nem considerada pelos atuais livros didáticos de matemática.

O terceiro texto, também relativo a essa temática, escrito por Eliane Matesco Cristovão, surgiu de seu questionamento sobre a forma como Rogério teria problematizado o conceito de perímetro interno. Realiza, então, uma experiência didática com seus alunos de 7ª série, obtendo resultados diferentes daqueles conseguidos por Rogério.

Os dois textos, que aparecem na seqüência do livro, têm, em comum, o ensino de noções de estatística (amostra, moda, média, mediana e gráficos). O primeiro deles, escrito por Adilson Pedro Roveran, traz, inicialmente, uma atividade de construção de cubos a partir de dobraduras. Estes cubos serão, depois, utilizados para construir concretamente gráficos. O texto de Roseli de Morais, teve como ponto de partida a experiência desenvolvida por Adilson. A autora, professora formadora, diante da tarefa de trabalhar os temas transversais dos PCNs, em especial a cidadania, junto às professoras das séries iniciais do EF, aventura-se em explorar de forma interdisciplinar os recursos desenvolvidos por Adilson.

Os três textos seguintes – escritos por Maria das Graças Abreu e Rogério de Sousa Ezequiel – tematizam o conceito e o ensino de ângulo. O ponto de partida destes textos, diferentemente dos anteriores, não foi algo que surgiu da prática docente dos professores. Os três estudos desenvolvidos surgem motivados pela leitura de dois artigos realizada no GdS. O primeiro tratava de aulas investigativas, tema de interesse da professora Juliana, e, o segundo[1], foi decorrente da discussão estabelecida no grupo sobre o conceito de ângulo e de ângulo escrito. Mas foi na sala de aula, junto a alunos de escolas públicas de periferia que os professores do GdS produziram re-significações sobre o que sabiam e faziam em sala de aula em relação a esse tema.

O penúltimo texto do livro, escrito por Juliana Facanali Castro, traz um pouco do que a autora vem estudando e investigando, junto ao GdS e ao curso de mestrado em Educação Matemática, sobre aulas investigativas. Além de abordar, com base na literatura, o que significam aulas, tarefas e atividades investigativas, relata um exemplo de aula investigativa desenvolvida com seus alunos do IV ciclo do EF e que estabelece uma conexão entre vários conteúdos: números, geometria, álgebra e combinatória.

O último texto, de Adilson Pedro Roveran, narra um episódio de sala de aula de matemática que foi vivido por ele no final de um bimestre.

Desejamos a todos uma boa leitura e aguardamos, dos leitores, comentários e críticas.

Os organizadores

[1] VIANNA, C. e CURY, H. Ângulos: uma "história" escolar. In: História & Educação Matemática. Revista da Sociedade Brasileira de História da Matemática. V. 1, n. 1, 2001, p. 23-37.

INTRODUÇÃO

Quando professores se reúnem para refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática em Matemática

Dario Fiorentini[2]
Alfonso Jiménez[3]

O Grupo de Sábado (GdS) teve início em 1999 congregando professores de Matemática de escolas públicas e particulares da região de Campinas interessados em refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática docente de matemática nas escolas. Alguns acadêmicos da FE/Unicamp (professores, mestrandos e doutorandos), interessados em investigar esse processo de formação continuada e de desenvolvimento profissional dos professores, passaram, também, a integrar o Grupo.

Dessa prática colaborativa entre acadêmicos e professores, resultaram, até o momento, duas teses de doutorado (PINTO, 2002; JIMÉNEZ, 2002) e a publicação de dois livros de "Histórias de aulas de matemática" (2001 e este). Além de outras comunicações em encontros de Educação Matemática.

As reuniões do GdS, até o ano de 2001, aconteciam, semanalmente, aos sábados pela manhã, nas dependências do Cempem da FE/Unicamp. A partir daquele ano, passou a reunir-se quinzenalmente.

Inicialmente, o Grupo tinha outra denominação. Chamava-se "*Grupo de Pesquisa-Ação em Álgebra Elementar*" por influência e iniciativa dos acadêmicos interessados em estudar a prática escolar em álgebra em um processo de colaboração com os professores das escolas públicas e privadas da região de Campinas. Essa denominação tinha relação com as leituras que os acadêmicos vinham fazendo junto ao Grupo Prapem (Prática Pedagógica em Matemática) e ao Gepec (Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Educação Continuada), ambos da FE/Unicamp, e que resultou no livro "*Cartografias do Trabalho Docente*" (GERALDI, FIORENTINI e PEREIRA, 1998).

A *pesquisa-ação* era vista como uma metodologia de prática reflexiva e investigativa dos professores que interligava teoria e prática, tendo como ponto de partida e de chegada a prática profissional dos professores e como mediação as teorias educativas (sobretudo do campo da Educação Matemática) e a investigação sobre a prática de cada um.

---

[2] Docente da FE/Unicamp – Área de Educação Matemática. E-mail: dariof@unicamp.br.
[3] Doutor em Educação Matemática pela FE/Unicamp e docente da Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colômbia. E-mail: ajimenezes@hotmail.com

Os acadêmicos acreditavam que, através dessa metodologia, estariam:

rompendo com a Racionalidade Técnica, a qual coloca a prática e a formação do professor em um nível inferior e subordinado à teoria ou à perspectiva acadêmica;

projetando o professor como usuário crítico dos conhecimentos de seu campo de atuação e como sujeito que reflete e produz novos conhecimentos a partir da prática;

valorizando os saberes experienciais dos professores.

Esse processo de pesquisa-ação foi concebido, inicialmente, por Kurt Lewin e, posteriormente, levado e adaptado às investigações dos professores por Stenhouse, Elliot e Carr & Kemmis (apud GERALDI et al., 1998). Embora essa perspectiva metodológica tenha sido, em parte, contemplada pelo Grupo, desenvolveríamos nossa própria versão, dando ênfase ao fato de os professores registrarem e escreveram, em forma de narrativas, sobre suas investigações e experiências junto à prática profissional.

O processo metodológico de trabalho colaborativo e investigativo desenvolvido no e pelo grupo, durante esses anos, poderia, de uma maneira geral, ser assim sistematizado:

1) O ponto de partida, geralmente, são os problemas ou desafios vivenciados pelos professores em suas práticas profissionais na escola ou no trabalho com formação de professores;

2) Estes problemas são trazidos para o grupo para reflexão coletiva e, sempre que possível e necessário, todos se mobilizam na busca de literatura pertinente ao caso;

3) A partir das leituras e de uma melhor compreensão do fenômeno, são mobilizadas algumas experiências na prática escolar, podendo estas serem investigativas ou não. Estas são acompanhadas de registros escritos por parte do professor e de anotações dos alunos (uma forma de diário reflexivo do professor);

4) A partir desses registros escritos, o professor produz, por escrito, um primeiro ensaio narrativo no qual relata e reflete o que aconteceu em classe;

5) Este ensaio é levado para discussão e análise do GdS, onde recebe contribuições que ajudam a aprofundar a análise da experiência, proporcionando, assim, novas compreensões sobre a prática docente;

6) A partir das discussões e contribuições do grupo, o professor conclui o estudo e o texto (narrativa) a ser, posteriormente, divulgado aos demais professores. Essas narrativas escritas ou histórias de aulas são sistematicamente discutidas e revisadas pelo coletivo do Grupo.

Desta forma, existem no Grupo dois momentos distintos de reflexão coletiva: um **antes da ação** – envolvendo todos os integrantes do Grupo –, consistindo no planejamento das atividades a serem desenvolvidas em grupo ou individualmente, de acordo com o desejo e a possibilidade da maioria; outro, o momento de reflexão **após a ação** – também envolvendo todos os integrantes do Grupo. No segundo momento, o professor que desenvolveu a experiência conta-a para o Grupo, desencadeando um processo de reflexão coletiva que resulta na produção de novos significados tanto para aquele que a produziu quanto para os demais participantes do GdS.

> Um fato interessante a destacar é que os professores, ao refletirem e narrarem suas experiências e episódios de aulas, para o Grupo, mobilizam e problematizam também os saberes dos outros, de modo que outras situações análogas são trazidas e discutidas a partir daquela colocada/relatada inicialmente. Muitas destas histórias orais de aula depois se transformam em histórias escritas que geram um segundo momento de reflexão para o professor que as escreve e para os colegas que participam do encontro (JIMÉNEZ, 2002).

Esta dinâmica que acontece no GdS pode ser considerada uma modalidade reflexiva e investigativa de educação contínua de professores, onde o professor, frente aos desafios diários, busca continuamente novos saberes e arrisca-se em novas experiências docentes, re-significando permanentemente sua prática e seus saberes. No grupo e pelo grupo, o professor não apenas acompanha e recebe novos conhecimentos e idéias, mas, também, troca e contribui com o desenvolvimento de seu campo profissional. Ou seja, o professor adquire mais autonomia, tornando-se sujeito de sua profissão; alguém que participa do debate público, desenvolve coletivamente projetos e grupos de estudo, dentro ou fora da escola, tentando buscar, no outro e com o outro, novas experiências e saberes da profissão docente.

Uma versão parecida dessa metodologia de trabalho, entretanto, já havia sido desenvolvida anteriormente, com sucesso, em outro projeto, envolvendo um dos coordenadores do grupo (FIORENTINI e MIORIM, 2001). Mas, embora os acadêmicos a caracterizassem de *pesquisa-ação*, os professores foram resistindo a essa denominação bem como à delimitação do foco de estudo ao campo da álgebra elementar. Além disso, não havia no grupo uma idéia clara e precisa de seu significado e de sua metodologia e nem tínhamos certeza se o modo como trabalhávamos poderia ser, de fato, caracterizado como *pesquisa-ação*. Isso sem contar, também, o problema da dispersão semântica que essa denominação passou a ter tanto no senso comum dos professores e dos formadores de professores quanto na literatura e nos debates acadêmicos.

O que percebíamos é que o processo de trabalho colaborativo desenvolvido no GdS, envolvendo acadêmicos e professores escolares, caracterizava-se, como verificaria Jiménez (2002) em sua tese de doutorado, como uma colaboração voluntária e espontânea e que evoluiu a partir dos interesses e necessidades dos professores. Colaboração essa marcada pela aprendizagem mútua e pela partilha de experiências, idéias, saberes, expectativas e compreensões sem que os acadêmicos determinassem ou co-optassem os professores escolares a realizarem projetos de interesse dos primeiros.

Embora tenham sido produzidas duas teses de doutorado junto ao grupo, estas foram realizadas sem interferir nos rumos e iniciativas dos professores. Os acadêmicos, ao contrário, procuravam atender às necessidades e expectativas dos professores.

Todos, portanto, se constituem, no grupo, em aprendizes e "ensinantes". Os acadêmicos aprendem com os professores escolares os saberes experienciais que estes produzem no contexto complexo e adverso da prática escolar, re-significando, assim, seus saberes profissionais enquanto formadores de professores. Os professores, face aos seus desafios e problemas, com a ajuda dos acadêmicos, produzem, como verificou Jiménez (2002), re-significações sobre o que sabem e fazem.

Embora de lugares e perspectivas diferentes, trabalhamos juntos (colaboramos uns com os outros), como tem verificado Renata Anastácio Pinto (2002, p. 175): "*ao ajudar você, ao colaborar com você, também me ajudo, colaboro comigo mesma. Nossas vozes são enunciadas do lugar que cada um ocupa, mas todos trabalhamos juntos, somos ajudados, ajudamo-nos e ajudamos os outros*".

Nesse processo colaborativo, todos se transformam e se desenvolvem profissionalmente. Sob este aspecto, cabe destacar, também, como fundamental, a prática da escrita vivenciada e valorizada pelo/no grupo. A escrita e a leitura no grupo permite, ao professor-escritor, não apenas aprofundar suas análises e reflexões sobre a prática, mas esta passa a ser, também, uma forma de constituir-se profissionalmente e de transformar-se em suas relações com os outros, como verificou Pinto (2002).

O grupo, nessa dinâmica, foi, aos poucos, se configurando como espaço não só de partilha de reflexões e de conhecimentos experienciais, mas, também, de angústias, de dúvidas, de fracassos e de realizações pessoais e profissionais, tendo como principal foco de referência, a prática profissional de cada um. Assim, por influência dos próprios professores escolares, o grupo foi deixando de ser chamado de GPAAE – aliás, diga-se de passagem, um nome muito longo e que contemplava uma perspectiva mais acadêmica que prática – e passou a ser auto-denominado simplesmente de "Grupo de Sábado" (GdS).

Entretanto, nem tudo no grupo tem funcionado perfeitamente. Esse não está sendo um caminho fácil nem tranqüilo. Há momentos de crise. A sua continuidade esteve ameaçada por várias vezes. Os sujeitos mais auto-centrados, que gostam de impor suas perspectivas, logo percebem que o ambiente não lhes é favorável. Assim, a cada semestre uns ingressam e outros saem do grupo. Seus integrantes muitas vezes não são assíduos, pois as escolas programam muitas de suas atividades para os sábados. Além disso, às vezes acontecem encontros pouco produtivos ora por responsabilidade dos integrantes ora da coordenação.

Não podemos negar que esse movimento sempre incomodou um pouco. Mas como o grupo vem se constituindo democraticamente, sem exigência de freqüência obrigatória – e com pauta de atividades decidida coletivamente –, resta, por parte de cada um, o compromisso assumido com o outro e com o grupo e o interesse de cada um ter um espaço autêntico de partilha de fracassos e sucessos. Em várias ocasiões os encontros viraram terapia de grupo...

Mas, passado o momento de inflexão do grupo, voltamos, a cada novo semestre, mais fortes e mais unidos. Retornamos cientes de que, enquanto seres humanos inconclusos, precisamos continuar o nosso desenvolvimento profissional. Voltamos porque precisamos uns dos outros para enfrentar a complexidade e os desafios contemporâneos do trabalho docente nas escolas. E, assim, procuramos fazer, como diz o poeta Fernando Pessoa, *das pequenas quedas, passos de dança*. Porque precisamos continuar a caminhar, de mãos dadas, e com a esperança de que podemos transformar e melhorar a educação de nossos alunos.

A certeza de que estamos sempre começando...
A certeza de que precisamos continuar...
A certeza de que seremos interrompidos antes de terminar...
Portanto, precisamos:
Fazer da interrupção um caminho novo...
Da queda um passo de dança...
Do medo, uma escada...
Do sonho, uma ponte...
Da procura, um encontro...

(Fernando Pessoa)

Referências

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. (Org.). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas-SP: Editora Gráfica da Faculdade de Educação/UNICAMP/ CEMPEM, 2001.

GERALDI, C.M.G.; FIORENTINI, D & PEREIRA, E.M.(Org.). **Cartografias do Trabalho Docente: professor(a)-pesquisador(a)**. Campinas, ALB e Mercado de Letras, 1998.

GRUPO DE PESQUISA-AÇÃO EM ÁLGEBRA ELEMENTAR. **Histórias de aulas de matemática: trocando, escrevendo, praticando e contando.** Campinas, FE/Unicamp – Cempem/Prapem, 2001, 51p.

JIMÉNEZ, A. **Quando professores de matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes**. 2002. 237f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE, UNICAMP, Campinas(SP).

PINTO, R.A. **Quando professores de matemática tornam-se produtores de textos escritos**. Campinas: FE/UNICAMP, 2002. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE, UNICAMP, Campinas(SP).

E O AMARGO VIRA DOCE... FAZENDO CONTAS DE CABEÇA

Por Rodrigo Lopes de Oliveira[4]

A AULA....

Entrei na sala de aula achando que fazer "conta de cabeça" não seria um atrativo àqueles paladares exigentes. Que sabor isto poderia ter? Eu achava que seria um sabor amargo e repugnante.

Falei de minha proposta. Tentei mostrar-me entusiasmado e coloquei um certo tom de desafio: querendo dizer que eles não sabiam fazer "contas de cabeça". Comentei que meu pai havia sido feirante e, além de bom e honesto vendedor, era exímio na arte de calcular: sempre rápido e certo... Ele nunca precisou de calculadora e, raramente, lápis e papel.

E aí tive minha primeira surpresa: a classe, em silêncio, escutava atentamente minha proposta. Mesmo antes de começarmos a primeira conta, eles se mostravam entusiasmados. Combinamos que a atividade de CÁLCULO MENTAL seria feita em todas as aulas, durante cinco minutos... Outra surpresa: Nunca havia sido tão fácil negociar uma atividade com aquela quinta série!

Pedi para que colocassem o caderno sobre a carteira, porém nele não escreveríamos as contas, escreveríamos apenas os resultados. As contas deveriam ser feitas mentalmente, com calma. Quem chegasse a algum resultado, deveria anotá-lo no caderno, mas não poderia dizê-lo em voz alta. Era para guardar segredo, pelo menos por alguns segundos.

Tudo pronto... os alunos ansiosos... e eu surpreso... vamos em frente...

Fazia parte da minha estratégia apenas dizer a conta que deveria ser feita. Não a escreveria na lousa. Eram contas simples, envolvendo adições e subtrações. Então eu disse "$8+5$"... E a classe quase foi abaixo. Todos, em uníssono, gritavam 13, 13, 13... Ninguém conseguiu guardar segredo. Havia uma euforia causada pela certeza da resposta – também, a conta era muito fácil! – e uma certa frustração porque esperavam uma conta mais difícil.

E esse clima continuou durante as primeiras contas que, propositalmente, eram muito fáceis: "$14-7$", "$9+9+2$" e "$7+4-5$".

[4] Professor dos Colégios "Jean Piaget" e "Memorial" de Jundiaí (SP). E-mail: rodrigo.lopes.oliveira@bol.com.br.

É claro que chegaria o momento de dificultar e isto deveria ser feito de forma gradativa. Conforme as contas fossem sendo propostas, todas as estratégias usadas para o cálculo mental deveriam ser discutidas. Assim, cada conta que fosse resolvida, nós analisaríamos as estratégias usadas: quais as vantagens e quais as desvantagens que essa estratégia apresenta?

Antes de continuar, reforcei a necessidade de guardarmos segredo do resultado. E a próxima conta foi "$16+12$". Fácil, né?... Nem tanto... Alguns começaram a demorar um pouco mais para chegar ao resultado. E fiz, pela primeira vez, a pergunta fundamental: "Como você fez a conta?". Vários alunos responderam que somaram $6+2$ e depois $1+1$ chegando na resposta 28. Analisando, posteriormente, percebi que a estratégia foi o algoritmo convencional usado para somar valores: primeiro somam-se as unidades e depois as dezenas, que nesta conta estava facilitada por que não havia a necessidade do "vai um" tão conhecido e usado neste algoritmo. Outros alunos, porém, apresentaram outras estratégias: *"Fiz* $16+10+2$ *", "E eu fiz* $10+10+6+2$ *".* Sou da opinião que, nesta conta, nenhuma estratégia apresentava maior ou menor vantagem em relação às outras, assim como acredito que a flexibilidade apresentada pelos alunos que não fizeram da forma "convencional" poderia ajudá-los em outros momentos...

Segui com uma nova conta "$35+17$". E, pela primeira vez, a resposta não era um uníssono... Alguns responderam 52 e outros responderam 42. Antes que eu pudesse intervir, alguns alunos partiram para cima daqueles que responderam 42 com o seguinte argumento: "*você esqueceu que* $5+7$ *vai um...*" e logo eles estavam convencidos do equívoco cometido. Foi neste instante que surgiu a primeira possibilidade de discutir vantagens e desvantagens entre as estratégias usadas. Os "erros" só apareceram entre aqueles que usaram, mentalmente, o algoritmo convencional; porém quem fez, por exemplo, "$35+10+7$" não apresentou dificuldades pois o "$35+10$" já lhes garantiam que o resultado seria maior que 42. Acredito, embora não tenha aprofundado a discussão, que alguns alunos começaram a perceber que fazer a conta mentalmente da mesma forma como fazemos no caderno não fosse a melhor alternativa.

A última conta foi "$35-17$". E aqui ficou evidente a grande vantagem que um pensamento mais flexível tem sobre as algemas do algoritmo convencional usado na subtração. Não quero dizer, com isto, que esse algoritmo seja maléfico ou prejudicial aos alunos. Quero dizer que, na minha opinião, ele não ajuda no cálculo mental, seja ele exato ou apenas uma estimativa... Quando os alunos fizeram "$5-7$" e perceberam a necessidade de "emprestar um", aí começou a dificuldade. Eram muitos procedimentos a serem lembrados e, fatalmente, alguns deles eram esquecidos ou confundidos. Enfim, embora a maioria tenha obtido sucesso no resultado, a quantidade de insucessos tinha aumentado consideravelmente. E quem se saiu melhor? Ou seja, quem foi mais rápido e exato? Aqueles que tiveram formas mais flexíveis de pensamento. "*Fiz* $35-10=25$, *depois fiz* $25-5-2=18$" disse um aluno. Outro – percebam que maravilha de raciocínio! – respondeu "*que era só fazer* $34-17=17$ *e depois somar um*". Discutimos um pouco mais sobre essas estratégias e finalizamos a atividade.

Aliás, não foi fácil finalizar... eles queriam mais... e eu também... mas era preciso falar de outras coisas e também era preciso deixar, como dizia aquele feirante calculista, um gostinho de quero mais...

ANTES DA AULA...

Comecei a trabalhar no Colégio Jean Piaget, em Jundiaí-SP, neste ano. Sou professor de Aritmética e Álgebra da quinta, sexta e sétima séries. Logo no começo do ano, a coordenadora pedagógica perguntou o que eu achava do cálculo mental. Depois de discutirmos um pouco, ela pediu que eu elaborasse um trabalho envolvendo esse assunto.

Não me lembro de ter discutido sobre cálculo mental em nenhuma oportunidade durante minha graduação. E só tinha pensado sobre isso quando me deparava com atividades correlatas encontradas em livros didáticos. Confesso: eu pulava essas atividades por achá-las desnecessárias.

Mas, agora, era uma necessidade da escola na qual eu trabalhava. Então, mãos a obra...

Pedi aos amigos do Grupo de Sábado (GdS) – grupo de pesquisa e estudos sobre a prática escolar em educação matemática, que se reúne quinzenalmente na UNICAMP, do qual participo – algumas sugestões de literatura e de atividades que pudessem me ajudar. Recebi uma vasta bibliografia que ia desde história da matemática, passando por atividades com materiais concretos e até algoritmos alternativos usados em cálculos, sejam eles mentais ou escritos, exatos ou estimados.

Desta bibliografia, destaco dois textos que têm sido fundamentais para minha ação e para minha reflexão nesta prática:

Em um texto, intitulado CÁLCULO MENTAL e escrito por Maria do Carmo Domite Mendonça e Marcelo Lellis (1989), encontrei, além de uma reflexão sobre a importância do cálculo mental na contemporaneidade, várias sugestões de atividades para quem quer começar a trabalhar com cálculo mental. Segundo os autores, "*no mundo atual é importante ter familiaridade com os números, o que significa ter desembaraço para operar com eles. O cálculo mental promove esse desembaraço. Por isso, ele deve ganhar força enquanto o cálculo escrito perde status*" (p.51). O texto também apresenta vários "caminhos" que o pensamento pode seguir no momento de solucionar uma operação, porém deixa claro que estes caminhos não devem ser ensinados aos nossos alunos; muito pelo contrário, enfatiza que "*é preciso investigar os métodos de cálculos que os alunos já possuem,* *estimular a descrição dos processos utilizados para efetuar cálculos, levar em conta opiniões e sugestões dos alunos em cada tipo de cálculo. Em suma, a atitude adequada do professor consiste em favorecer a troca de idéias e a autonomia, contribuindo assim para os alunos descobrirem ou inventarem processos pessoais de cálculos"* (p.52).

O outro texto, intitulado A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa?, de Maria do Carmo Domite Mendonça (1996), faz uma bela reflexão sobre os algoritmos das operações aritméticas comumente ensinados aos alunos, desde as séries iniciais, contrapondo à possibilidade desses alunos criarem algoritmos próprios, evidentemente mais compreensíveis a eles. Penso neste texto como uma grande provocação – pois provoca uma ação – que a autora faz aos professores, pois, como ela mesma sugere, "*faça algum movimento nesta direção! Motive seus alunos para o exercício do cálculo mental e do cálculo escrito não convencional e xeque as vantagens quanto ao desenvolvimento do raciocínio e da compreensão para o cálculo dessas operações básicas*" (p.58).

A autora faz uma análise das pressões que fazem, muitas vezes, os algoritmos convencionais serem as únicas formas de cálculo ensinadas em nossas escolas:

1) há uma pressão estrutural devido ao princípio do valor posicional e ao princípio do agrupamento de dez em dez, caractnerísticas do sistema de numeração indo-arábico – que é o sistema de numeração que usamos –, que faz dos algoritmos convencionais a forma mais rápida e econômica de se chegar ao resultado da operação;

2) há uma pressão histórica devida ao fato do algoritmo convencional ser fruto de "*um conhecimento produzido historicamente que vem se fazendo presente pela própria força/impulso que gerou sua construção*" (p.71). Hoje é este o algoritmo que usamos, no passado era outro e, com certeza, no futuro serão criados novos paradigmas algorítmicos para as operações aritméticas e

3) há uma pressão social devida às expectativas que alguns grupos e instituições têm em relação à capacidade das pessoas de fazer contas e de ler e escrever com facilidade, sendo, neste caso, a capacidade de fazer contas confundida com a destreza em lidar com os algoritmos convencionais.

O texto é enriquecido com exemplos de algoritmos que foram usados por outros povos, no passado...

Com base nestes textos, pude elaborar um pequeno projeto e montar o plano da aula – que era a primeira – descrito acima.

DEPOIS DA AULA...

Depois dessa primeira aula, a realização do projeto continuou nas aulas seguintes. Às vezes eram momentos destacados na aula, ou seja, fora do assunto que estava sendo discutido e, às vezes, eram parte de outra atividade inserida no contexto da aula. Às vezes eram contas, sem contextualização, e outras vezes eram problemas. Porém, independente da forma como eram introduzidos, o principal objetivo desses momentos era verificar se novas estratégias de cálculo surgiam. E se surgissem, nós a discutíamos e a aplicávamos em outras situações...

Não vou continuar a descrever, em detalhes, as aulas, pois são muitas. Vou apenas destacar algumas estratégias e alguns erros apresentados e discutidos, nas aulas da quinta série, e inserir alguns comentários sobre elas.

Ressalto que as soluções foram apresentadas oralmente, ou seja, sem o registro escrito no caderno, pois este trabalho de registro ainda não havia sido iniciado. Os registros foram feitos, por mim, na lousa e foi desta forma que eu conduzi o processo de identificação/discussão de novas estratégias neste início de trabalho.

DESTAQUE 1

Situação: "Se nasci em 1968, quantos anos tenho?"

Contexto:

Neste dia eu apresentei várias situações cuja solução envolvia adição e/ou subtração. Eram frases curtas e rápidas, que exigiam a decisão de qual operação deveria ser executada e em seguida a execução desta operação. Os números envolvidos nas situações eram das ordens das centenas ou dos milhares.

Nesta situação, a maioria fez a conta "$2003-1968$", utilizando algum processo de subtração. Porém um aluno disse "*de 1968 até 1970 tem 2, de 1970 até 2000 tem mais 30, ou seja 32, e até 2003 tem mais 3, então tem 35 anos*", causando o maior alvoroço na classe...

Meu comentário:

Nesta estratégia está a idéia de completar um número até chegar ao outro. Os alunos gostaram de perceber que isto era possível de ser feito e acharam muito interessante o fato de resolvermos uma "conta de menos" (subtração) através de uma "conta de mais" (adição). Assim, enquanto quase todos fizeram "*2003-1968*" um aluno fez "*2+30+3*". É claro que precisei dar mais algumas subtrações para que eles resolvessem desta forma e verificassem que "sempre dava certo"!

Reflexão no GdS:

Discutindo, no Grupo de Sábado, foi questionado se nenhum aluno tinha respondido 34 anos...

Eu não havia me atentado ao fato dos alunos não terem dado como resposta 34 anos. Pois esta resposta seria possível, e certa, se imaginássemos que a pessoa que nasceu em 1968 não tenha ainda feito aniversário em 2003, pois estávamos no mês de março quando esta atividade foi desenvolvida. E por que será que eles só responderam 35 anos?

Penso que isto se deveu a um motivo principal: quando perguntei como eles haviam resolvido e em qual resposta haviam chegado, o aluno que apresentou a estratégia aqui destacada logo se pronunciou. E como sua estratégia chamou muita atenção, pois resolvia uma subtração através de uma adição, acredito que tenha inibido a apresentação de outras formas de pensamento.

É claro que eu poderia (e deveria) ter retomado a situação e discutido as outras estratégias, porém a insistência para que eu apresentasse outras subtrações para serem resolvidas como adições, superou a exigência de uma postura mais adequada, de minha parte, naquele momento.

DESTAQUE 2

Situação: "Rodrigo tem 4 bermudas, 6 camisas e 11 bonés. De quantas formas diferentes ele pode se vestir, considerando que ele vai usar bermuda, camisa e boné?"

Contexto:

Essa atividade foi proposta na aula que tratava de raciocínio combinatório. O assunto já havia sido discutido e outras atividades já haviam sido feitas. Resoluções deste tipo de situação por tabelas e árvores, por sugestão do livro didático, também já tinham sido exploradas. Assim, quando eu propunha atividades envolvendo combinações entre duas variáveis – sabor e cobertura de sorvete, por exemplo – os alunos faziam, automaticamente, uma multiplicação e resolviam a situação.

Propus, então, esta situação envolvendo três variáveis...

Depois de algum tempo, enquanto uns alunos tentavam convencer os outros de que era só multiplicar as quantidades, um aluno respondeu "$4 \times 6 = 24$ e $24 \times 11 = 240 + 24 = 264$".

A discussão, em seguida, não foi muito significativa, pois eles percebiam, através da construção da árvore de possibilidades, que a solução era mesmo esta multiplicação.

Meu comentário:

Coloquei essa situação como destaque por um motivo apenas: a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Antes de trabalharmos com raciocínio combinatório, havíamos trabalhado esta propriedade usando representações geométricas: através de áreas de retângulos. Esta propriedade era conhecida por todos – ou quase todos – os alunos, porém somente uns poucos a usavam como estratégia no momento de realizar um cálculo mental. Conheciam a propriedade, não sabiam para o que ela servia e faziam contas, mentalmente, seguindo os mesmos procedimentos do algoritmo convencional da multiplicação. Fizemos, então, algumas discussões sobre as vantagens de usá-la em cálculos mentais: acho que encontramos uma serventia para essa propriedade e conseguimos facilitar a multiplicação mental!

Na estratégia apresentada, fica clara a utilização desta propriedade, pois o aluno fez $24 \times 11 = 240 + 24 = 264$, ou seja, $24 \times (10 + 1) = 240 + 24$.

Ressalto que percebi, nas propriedades existentes nas operações aritméticas, uma especial importância quando elas são usadas em cálculos mentais. Elas facilitam e flexibilizam as contas...

Acho, também, que eles ficaram surpresos de saber que tinham tantas maneiras diferentes de se vestir...

Reflexão no Gds:

Comentei, no Grupo de Sábado, que havia lido várias vezes o texto de Mendonça e Lellis (1989) e não tinha percebido que ele alertava para a importância das propriedades aritméticas no cálculo mental. Eu percebi esta importância na prática, discutindo com meus alunos as estratégias apresentadas. Depois, lendo novamente este texto, é que "ouvi" quando os autores diziam que o cálculo mental "*pode dar notável contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos*" (p.51), destacando que os alunos "*podem vivenciar as propriedades operatórias e ter mais facilidade em aplicá-las posteriormente*" (p.52).

Assim, pudemos refletir, enquanto professores, quão importante é estar lendo e relendo os textos que fundamentam nossa prática. Às vezes, um detalhe, inicialmente ignorado, ganha significado e força num momento seguinte. E se a releitura e reflexão não forem constantes... deixam de orientar e contribuir.

DESTAQUE 3

Situação: "$144 \div 4$"

Contexto:

Era o primeiro dia que trabalhávamos com divisão. Antes de propor esta situação, tínhamos feito várias contas, porém mais fáceis: "$15 \div 3$", "$49 \div 7$" e "$66 \div 6$".

Quando eu propus "$144 \div 4$" a resposta não foi imediata. Houve um tempo de discussão entre alguns alunos até que responderam "36". Fiquei feliz com a resposta, pois além de estar exata, era um número considerável de alunos que obtiveram este resultado. Fiz a pergunta fundamental: "*Como vocês fizeram?*"

Responderam: "Você pega o 14, divide por quatro... blá blá blá..."

Foi somente nesse momento que percebi que todos os alunos usaram a mesma estratégia: o algoritmo convencional! Aqueles que chegaram ao resultado usaram o algoritmo convencional e aqueles que se perderam no meio do caminho, também...

Questionei se não havia outra maneira de calcular. E a resposta foi que não sabiam. Perguntei se não poderíamos aplicar a propriedade distributiva neste caso. Como continuavam sem apresentar respostas, propus que pensássemos em situações práticas e, após uma pequena discussão, vimos que podíamos distribuir, por exemplo, 144 balas, para 4 crianças de várias formas e chegar ao mesmo resultado:

Posso dividir 144 por quatro;

Posso dividir 72 (que é a metade de 144) por quatro e depois repetir esse procedimento;

Posso dividir 100 balas por quatro e, depois, dividir o que restar (44 balas) por quatro.

Meu comentário:

É comum trabalharmos várias propriedades em relação às operações de adição e multiplicação e isso gera desembaraço com respeito a estas operações. Porém, não apresentamos este mesmo desembaraço nas subtrações e divisões. Será que é porque não vivenciamos situações onde propriedades possam ser propostas e testadas para estas operações?

Após refletirmos sobre as várias maneiras de dividir as balas entre as crianças, começaram a aparecer algumas estratégias diferentes para esta situação, como esta: "*Fiz* $100 \div 4$ *que dá 25 e depois somei com 11 que é o resultado de* $44 \div 4$".

Reflexão no Gds:

Após a discussão feita no GdS, percebi que deveria ter trabalhado, preliminarmente, outras situações envolvendo as várias possibilidades que disponho para fazer uma divisão. Talvez eu pudesse ter realizado uma situação prática... fazendo meus alunos dividirem algo e discutirem como a divisão foi feita... Enfim, ficou evidente que fui com muita "sede ao pote". E, nestes momentos, é melhor retomar o velho e longo caminho, e deixar as trilhas para os próprios alunos: eles as tomarão quando chegar a hora e dispuserem de segurança e coragem suficientes para enfrentá-las.

DESTAQUE 4

Situação: "$13-8+4$"

Estratégia: "$13-12=1$"

Contexto:

Neste dia, fizemos contas envolvendo adições e subtrações numa mesma expressão. Os alunos estavam compenetrados porque as expressões tinham até cinco números sendo operados, e isto exigia concentração.

Quando um aluno respondeu 1, vários tentaram alertá-lo do equívoco. Porém, ele era tão firme em seu argumento que começou a convencer os outros que 1 era a resposta correta.

Ele só foi convencido que a resposta era outra, quando um aluno disse "*Se perco 8 e ganho 4, significa que perdi 4. Assim a conta fica* $13-8+4=13-4=9$". Todos os outros aceitaram essa explicação/argumentação porque sabiam que a resposta era 9... Viva o pensamento flexível...

Meu comentário:

Quando o aluno respondeu 1, perguntei-me "*O que faço agora?*"... Pego pela surpresa da resposta, sentia-me meio no vácuo (estou usando uma gíria comum entre os adolescentes e acho que não preciso explicar, neste contexto, o significado dela). Como falar que "$-8+4=-4$" para um aluno de quinta série?

Fui salvo por um adorável aluno que disse "Se perco 8 e ganho 4, significa que perdi 4. Assim a conta fica $13-8+4=13-4=9$".

Esta não foi a única vez que uma situação me deixa sem saber o que fazer. E muitas outras ainda irão acontecer... Mas o importante é estar disposto a refletir sobre estas situações e tentar, numa próxima ocasião, explorar e problematizar mais adequadamente esses "erros".

Reflexão no Gds:

Uma grande oportunidade eu perdi!... Este era meu sentimento após a reflexão que fizemos no GdS. Eu poderia ter feito a seguinte pergunta: "*Quando a resposta* 1 *seria correta?*". Esta pergunta poderia levar-nos a uma reflexão sobre a necessidade do uso de parênteses se quiséssemos fazer $13-(8+4)$. Poderíamos explorar também o sentido associativo dos parênteses. Falar da propriedade associativa, verificando quando ela é válida e quando não é (como neste caso)... Assim, a resposta 1 poderia ser correta se estabelecemos uma outra associação entre os números. Mas para isso seria necessário o uso de parênteses. E, a partir desta reflexão... sei lá onde chegaríamos...

E AGORA?

Pretendo continuar com este trabalho, agora envolvendo números decimais e fracionários. Para a sexta série, podemos trabalhar o cálculo mental com números negativos, utilizando o jogo da "Escopa do Zero", conforme sugere Maria AuxiliaDORA Andrade Megid (2001) no livro "Por trás da porta, que matemática acontece?". Para a sétima podemos também utilizá-lo no cálculo com expressões algébricas. Começaremos a registrar os pensamentos nos cadernos antes de responder o resultado. Vamos trabalhar com estimativas e ver como outros povos faziam contas...

Pretendo continuar com este trabalho, também, porque ele pode ajudar meus alunos a obter um melhor nível de concentração, um raciocínio mais apurado e um pensamento mais flexível. E estas coisas são fundamentais para o desenvolvimento humano. Fazer a conta com rapidez e exatidão é um mero detalhe, pode não ser tão importante.

Penso, também, que junto ao trabalho com o cálculo mental e o cálculo escrito, preciso também trabalhar com o cálculo eletrônico, utilizando calculadoras, tal como nos mostra Armando Marchesi (2001) no livro "Por trás da porta, que Matemática acontece?".

Pretendo continuar com este trabalho, enfim, porque, contrariando minhas expectativas, essas atividades ofereceram um sabor agradável e doce... animando, motivando, querendo mais e mais...

Referências

MARCHESI, A. Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com vírgula para os fracionários. In: FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. (Org.). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas-SP: Editora Gráfica da Faculdade de Educação/UNICAMP/ CEMPEM, 2001. (p. 83-120).

MEGID, M. A. *Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com números relativos*. In: FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. (Org.). **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas-SP: Editora Gráfica da Faculdade de Educação/UNICAMP/ CEMPEM, 2001. (p. 143-184).

MENDONÇA, M. C. & LELLIS, M. *Cálculo Mental.* **Revista de Ensino de Ciências**. São Paulo: FUNBEC, número 22, junho/198, p. 50-57.

MENDONÇA, M. C. *A intensidade dos algoritmos nas séries inicias: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa?* **Revista Zetetiké.** Campinas: CEMPEM FE/Unicamp, vol 4 (nº 5), jan-jul/1996, p. 55-76.B

SALVA POR UM ELÁSTICO... EM UM PROBLEMA COM PERÍMETRO

Por Conceição Aparecida Paratelli[5]

Era uma classe de 4ª série e os alunos estavam resolvendo situações-problema envolvendo perímetro. A professora comentou que tudo caminhava bem até chegar ao problema proposto pelo livro de Sarquis[6]:

> Um terreno retangular tem 72 metros de perímetro. Sabendo que a medida do comprimento do terreno é de 8 m a mais do que a medida da largura, quais são as medidas dos lados desse terreno?

Diante da dificuldade da professora em relação ao problema, solicitou para que eu fosse ajudá-la a resolvê-lo com os alunos.

Verifiquei inicialmente se algum aluno havia pensado em alguma solução. Uma aluna – Juliana – disse que tinha resolvido, e achava sua resposta coerente, mas não sabia explicar porque havia usado aquela estratégia de resolução.

Num primeiro momento pensei .... "isso é fácil", mas quando fui colocar na lousa 2 (x + 8) ... lembrei que estava diante de uma classe de 4ª série do ensino fundamental e não poderia utilizar álgebra simbólica para resolver o problema.

Sentindo-me de mente e mãos atadas, naquele momento, pensei que, talvez, fosse melhor "tirar" da classe a resolução do problema. Pedi, então para a aluna Juliana descrever sua estratégia de resolução.

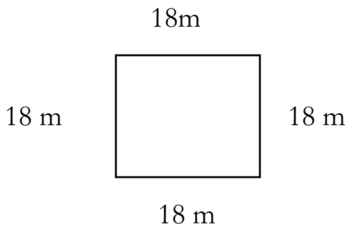
Juliana: – Primeiro eu fiz de conta que era um quadrado e dividi 72 por 4, encontrando 18 m.

---

[5] Coordenadora de Matemática do Programa Qualidade na Escola. E-mail: parateli@terra.com.br.

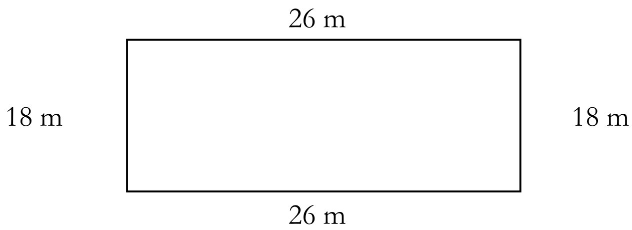
[6] SOARES, Eduardo Sarquis, Matemática com o Sarquis, (livro 4) Belo Horizonte,, Editora Formato, 1996

– Então eu tinha um quadrado de lado medindo 18 m

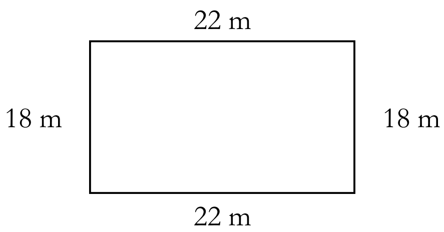


Mas acontece que o terreno do problema é retangular com comprimento 8m maior que a largura, então somei 8 aos 18 m e encontrei 26.

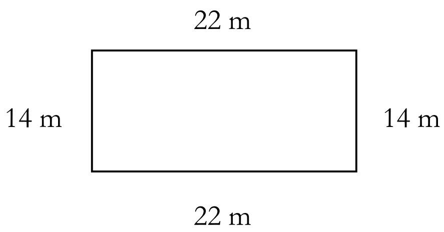
Ficou assim:



Assim, o perímetro ficou 88, ou seja, o perímetro aumentou 16 m. Percebi que aumentou muito porque os dois lados do comprimento são iguais. Resolvi, então, aumentar só 4m de cada lado.



O perímetro não era ainda 72 m e a diferença entre o comprimento e a largura era 4m e não 8m como dizia o problema. Então, tirei 4 m da largura e deu certo.



Resolvi o problema, mas não sei porque tive que tirar da largura.

Os demais alunos foram acompanhando o raciocínio da Juliana um pouco desconfiados da validade da resposta. Então perguntei à classe:

Eu: O perímetro que a Juliana encontrou está de acordo com o que pede o problema?

Classe: Sim

Eu: A diferença entre o comprimento e a largura do terreno é 8 m?

Classe: Sim

Eu: Então a resolução está correta?

Classe: Acho que sim....

Mas algo parecia ainda não estar claro para os alunos: por que, num retângulo, para não alterarmos o seu perímetro, aumentamos uma determinada medida de um lado e diminuímos a mesma medida do outro?

Olhei para a mesa da professora, procurando algo concreto (como um pedaço de barbante) para explicar e pensei ...aí está a minha salvação... um elástico de amarrar dinheiro. Então disse à classe:

Eu:Vamos supor que esse elástico seja o perímetro de um retângulo qualquer. Vamos fazer com os dedos um quadrado, sem esticar o elástico. Agora, sem esticar o elástico, vamos alterar o comprimento, transformando o quadrado[7] em retângulo, o que aconteceu com a largura?

Classe: Diminui...

Eu: Mudou o perímetro do retângulo, ou seja o comprimento do elástico?

Classe: Não

Eu: Então a resolução da Juliana está correta?

Classe: Sim.

Ao levar esse relato para o grupo de sábado, as reflexões dos professores vieram enriquecer e me fazer repensar minha prática junto aos professores de 1ª a 4ª série.

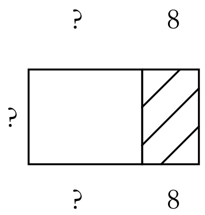
Quando solicitei aos colegas de grupo que resolvessem o problema, várias estratégias foram apresentadas, sendo que uma delas me fez lembrar de um aluno que tivera uma idéia parecida e eu não valorizei essa estratégia no momento.

[7] Não podemos esquecer que o quadrado é um caso particular do retângulo.

A estratégia era assim:

72 – 16 = 56

56 : 4 = 14m (largura)



14+8 = 22m (comprimento)

Se eu tiver um retângulo e subtrair a medida excedente do comprimento, chego ao perímetro de um quadrado. Ao dividir o resultado por 4, obtenho a medida do lado do quadrado e, portanto, a largura. Em seguida acrescento a metade da medida excedente (8m) à medida da largura e obtenho, assim, o comprimento do terreno (22m).

O aluno de 4ª série tinha iniciado o problema subtraindo: 72 – 8 = 64. Nesse momento eu poderia ter feito intervenções questionando:

Qual a forma do terreno? Vamos desenhá-lo? Quantos lados com 8m a mais que a largura tem o terreno?

Essas perguntas, uma de cada vez, levariam o aluno a perceber que, como esse terreno proposto pelo problema tem forma retangular de lados iguais, dois a dois, não seria suficiente tirar apenas 8m, mas sim 8m de cada lado, totalizando 16m excedentes.

Acredito que, depois disso, o aluno poderia chegar à resolução do problema, encontrando a medida do lado do quadrado que seria a largura do terreno e, acrescentando 8m, chegaria ao comprimento do terreno. Caso isso não acontecesse, continuaria com as intervenções até que ele pudesse compreender e chegar a uma estratégia adequada.

Deixo aqui, mais uma vez, a constatação da necessidade de valorizar cada resposta da criança, pois, ao respondê-la, alguma estratégia foi utilizada ou algum pensamento foi mobilizado. Assim, partindo do significado ou do pensamento que ela apresenta, posso, através de intervenções, criar condições para que ela reorganize seu pensamento, encontrando estratégias e soluções adequadas.

Outra estratégia apresentada pelos professores, do grupo de sábado, foi pelo método de tentativa e erro, porém de forma mais organizada ou racional.

1 + 9 + 1 + 9 = 20

2 + 10 +2 + 10 = 24

4 + 12 + 4 + 12 = 32

...

10 + 18 + 10 + 18 = 56

...

largura

comprimento da largura + 8

Essa estratégia mostra mais uma possibilidade de resolução e, também, de desenvolvimento do pensamento algébrico. Acredito ser importante o professor incentivar esse tipo de estratégia.

Cabe destacar, para minha surpresa, que, no Grupo de Sábado, dois professores também resolveram o problema de forma semelhante àquela desenvolvida por Juliana.

Todas essas estratégias, talvez, pudessem ter acontecido em classe, se eu tivesse criado conndições para isso ou pelo menos tivesse preparado a aula (Lembrem que fui pega de surpresa para essa aula). Depois dessas reflexões e das discussões realizadas no grupo sobre essas estratégias, percebi que os professores do GdS não deixaram de conferir o resultado através de uma equação algébrica.

Uma outra reflexão que surgiu, diante do meu relato, foi sobre a formação do professor de 1ª a 4ª série do ensino fundamental. Tanto o antigo curso de Magistério quanto os cursos atuais de Pedagogia não têm conseguido proporcionar uma formação matemática suficiente ao professor de 1ª a 4ª série do ensino fundamental de modo que ele tenha segurança sobre o conteúdo de Matemática a ser desenvolvido nessas séries.

Entretanto, olhando sob outra perspectiva, é fácil perceber que Juliana, aluna da 4ª série, tinha conceitos geométricos e aritméticos importantes que levaram-na a construir a estratégia para resolução do problema. Isso mostra que o(a) professor(a) das séries iniciais já está buscando novas alternativas de trabalho com geometria em sala de aula, o que há bem pouco tempo não acontecia.

Concluímos também que o pensamento algébrico já começa a ser construído nas séries iniciais, formando a base para a continuidade progressiva nas séries mais avançadas. Por isso, a importância de começar o trabalho algébrico a partir da Aritmética e com problemas concretos do dia a dia e não como uma linguagem abstrata e pouco significativa. Essa linguagem é construída aos poucos, gradativamente.

PERÍMETRO INTERNO OU EXTERNO?

Por Rogério de Sousa Ezequiel[8]

Eu estava eufórico com a idéia de estudar no *Grupo de Sábado* o tema perímetro em uma das reuniões do Grupo. A Conceição e eu nos responsabilizamos em levar ao grupo algumas questões, tarefas e experiências que contribuíssem para o estudo e aprofundamento do tema.

Como a Conceição iria relatar um episódio ocorrido nas séries iniciais do ensino fundamental, pensei em relatar um trabalho desenvolvido em uma sétima série do supletivo noturno na escola pública municipal de Campinas, onde leciono.

Acreditava que esta tarefa seria muito fácil. Primeiro, bastava ir à sala de aula e efetuar a experiência. Depois registraria as atividades realizadas pelos alunos e, também, suas falas. E, por último, relataria o episódio, em forma de texto, para melhor análise junto aos meus colegas do GdS.

Estava em casa preparando um plano de aula para realização desta mencionada experiência, quando lembrei de uma fala do professor Dario que dizia que o professor não pode ficar apenas relatando episódios de sala de aula. Ele também pode e precisa refletir e investigar sua prática. Dizia, ainda, que estas funções não são restritas à academia ou aos mestrandos e doutorandos...

Aproveitei o fato de que não viajaria no feriado de carnaval e, estando sozinho em casa, me dirigi até algumas bibliotecas para ver o que os livros didáticos apresentavam sobre o tema. Consultei, ao todo, 42 livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, provavelmente os mais utilizados em sala de aula. Procurei verificar, em cada um deles, como introduziam e exploravam o conceito de perímetro.

Inicialmente, percebi que algumas coleções de Matemática de 5ª à 8ª simplesmente não abordavam o tema perímetro. Estes se restringiam ao estudo de áreas e volumes. Pergunto: será que os autores dessas coleções acreditam que este tema é exclusivo das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental? Não poderiam, então, pelo menos, retomar o conceito de perímetro para problematizá-lo frente ao conceito de área, como tem feito, por exemplo, Eliane Matesco Cristovão (2001) no livro "Por trás da porta, que Matemática acontece?".

---

[8] Professor da E.M.E.F. Pres.Floriano Peixoto (Campinas, SP) e Diretor da E.M.E.F. Gov. André Franco Montoro (Valinhos, SP)

Dentre esses 42 livros consultados, me limitarei aqui, a comentar apenas os três mais utilizados na região de Campinas:

IMENES, L. M. P e LELLIS, M.C. *Matemática.* São Paulo: Scipione, 1997.

BIGODE, A. J. L. *Matemática hoje é feita assim*. São Paulo: FTD, 2000.

GIOVANNI, J.R. e PARENTE, E. *Aprendendo matemática.* São Paulo: FTD,1998.

Verifiquei que Imenes e Lellis (1997) não definem o que é perímetro. Trabalham com exemplos deixando, assim me parece, que o próprio aluno construa o seu conceito de perímetro. Os demais apresentam explicitamente uma definição para perímetro. Giovanni, por exemplo, definiu perímetro como a soma das medidas de seus lados. Bigode, por sua vez, define perímetro como sendo a medida do contorno de uma figura geométrica.

Ao analisar criteriosamente as atividades propostas pelos três livros, notei que nenhum deles abordava a possibilidade da existência de perímetros internos, devendo, para isso, explorar também figuras geométricas vazadas. Aliás, todos os problemas e exercícios propostos referiam-se a figuras geométricas com contornos apenas externos, reforçando, implicitamente ou explicitamente (como no caso do Giovanni e Parente) que o perímetro é a soma dos lados externos ou a medida do contorno (externo).

Um fato curioso é que os três autores utilizam como exemplo, para introduzir o tema perímetro, o cálculo do rodapé da sala de uma casa em construção; o que demonstra, na minha modesta opinião, uma falta de criatividade. Pergunto: não existem outras formas de explorar o conceito de perímetro? O professor leitor certamente teria muitos outros exemplos de problemas clássicos em Matemática que são reproduzidos de um livro para outro. Eu, particularmente, lembro do cálculo da largura de rio; a medida da altura de um muro ou da escada que está apoiada neste; ou, ainda, do cálculo da área de uma horta ou de um galinheiro; número de pés e cabeças de galinhas e porcos numa fazenda...

Para verificar se meus alunos de 7ª série do noturno haviam, de fato, construído o conceito de perímetro, resolvi elaborar um simples problema que explorava este conceito.

No início da aula, perguntei aos alunos o que sabiam sobre o tema perímetro. Muitos deles associaram à "medida linear" ou, simplesmente, "linear". Esse tipo de associação é plenamente compreensível, se considerarmos que esses alunos da classe supletiva tinham experiência na construção civil e já haviam estudado o tema em anos anteriores.

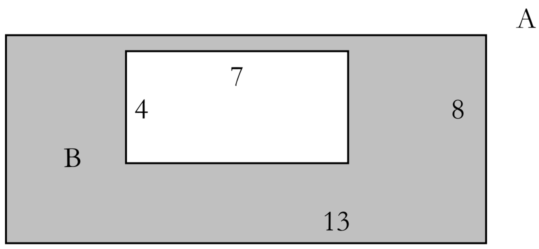
No GdS, comentou-se que é comum os alunos-trabalhadores tentarem, para produzir significado à linguagem matemática, fazer associação entre a linguagem da escola e a linguagem do mundo do trabalho. Quando o professor abre possibilidade, em suas aulas, para essa forma de produção de significados, os alunos mostram-se mais participativos e interessados. Alguns colegas do GdS lembraram de algumas dessas associações: é perpendicular ≅ *está no prumo*; forma ângulo reto ≅ *está no esquadro*; altura do chão até o teto ≅ *pé direito*; ângulo ≅ *porcentagem de inclinação*; linha horizontal ≅ *linha no nível*; etc.

Um dos alunos, entretanto, definiu perímetro pela própria formação da palavra: ***PERI*,** vem do grego; significa contorno ou "por fora".

Depois desse "bate papo", apresentei aos alunos a seguinte tarefa:

Qual o perímetro da figura A?

(medidas em cm)



Quando apresentei a atividade, expliquei que a figura A era vazada e a figura B era a parte vazada desta figura. Fiz isso por temer que os alunos pensassem que a figura B fosse sobreposta à figura A.

Ao analisar as respostas dos alunos, verifiquei, para minha decepção, que nenhum dos alunos havia incluído, para o cálculo do perímetro, o perímetro interno. A maioria dos alunos somou apenas os quatro lados externos, obtendo como resposta 42cm. Os que não chegaram a essa resposta, ou somaram apenas os dois lados (8 e 13) ou simplesmente multiplicaram esses dois valores.

Ao questionar-me sobre os motivos pelos quais os alunos não consideraram, para o cálculo do perímetro, o contorno interno da figura vazada, novamente me veio a hipótese dos livros didáticos não terem considerado esta possibilidade. Pergunto: por que os livros didáticos não contemplam essa alternativa? Seria simplesmente porque preferem adotar a *pedagogia da facilitância,* subestimando a capacidade de raciocínio dos alunos?

Ao levar esta mesma tarefa para o Grupo de Sábado, alguns colegas que também não consideram o perímetro interno, apresentaram justificativas diversas para o problema. Alguns declararam que não sabiam da existência de perímetros que não fossem externos. Outros, entretanto, argumentaram que a forma como foi apresentada a atividade os induziu a supor que a figura A não fosse vazada e que a figura B estivesse sobreposta à figura A. E isso também poderia ter acontecido com os alunos da 7ª série. Diante desta hipótese, sugeriam, então, que eu aplicasse essa tarefa em outra classe, deixando claro que se tratava de uma figura vazada.

Apliquei, então, esta atividade em outra classe de 7ª série do noturno e tomei o cuidado de retirar a letra B e de desenhar a figura na lousa, enfatizando que se tratava de uma figura vazada. Além disso, para dirimir qualquer dúvida, reproduzi a figura vazada em cartolina.

O resultado obtido com essa nova experiência não foi diferente daquele obtido anteriormente. Novamente, nenhum aluno considerou o perímetro interno...

REFERÊNCIAS

CRISTOVÃO, E.M. **Pelos caminhos de uma nova experiência no Ensino da Geometria**.In:

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. **Por trás da porta,que matemática acontece**. Campinas, FE/Unicamp, 2001. (p.45-82)

E O PERÍMETRO ME PEGOU!!!

Por Eliane Matesco Cristovão[9]

Primeiro dia (08 de março de 2003) participando de um grupo de estudos (Grupo de Sábado)...ainda meio perdida entre os novos amigos... e eis que um "tal de Rogério" pede para resolver um problema de perímetro; e eu, "professora de Matemática", erro a resposta!

Puxa vida, onde fui cair? O que está acontecendo?!?!

Feliz ou infelizmente, tudo se explica, através da pesquisa realizada e exposta pelo próprio colega Rogério: A figura da qual ele queria o perímetro era vazada, e em uma figura vazada o perímetro interno também deve ser considerado.

Mas porque não pensei nisso antes? Nem eu nem os outros colegas, também novos no grupo, todos erramos.

Muito simples: como Rogério constatou, nenhum livro didático utiliza esta proposta de exercício, todos apresentam figuras fechadas para que se calcule o perímetro. Sendo assim, cheguei à conclusão de que é necessário que nós, enquanto professores, chamemos a atenção de nossos alunos também para este tipo de situação.

Pensando nesta necessidade, resolvi criar uma atividade para explorar com meus alunos de 7ª série do ensino fundamental, o conceito de perímetro em figuras vazadas.

Na experiência de nosso amigo Rogério, que lida com educação de adultos, os resultados foram todos iguais, ou seja, assim como eu, todos os alunos utilizaram o conceito de perímetro que haviam interiorizado durante toda a vida: **soma dos lados ou contorno de uma figura (só externo, pois foi assim que sempre fizeram...).**

Porém, meus alunos de 7ª série não foram todos para o mesmo caminho...

Analisemos agora as figuras utilizadas, a atividade solicitada e as observações que pude destacar nesta experiência.

Optei por utilizar peças recortadas e não desenhá-las por achar que, assim, eliminaria a confusão na interpretação das figuras. Achei oportuno, também, não fornecer as medidas dos alunos. Considero parte do processo de

---

[9]Profa da Escola Estadual Profa. Olympia Barth de Oliveira em Americana, SP. E-mail: limatesco@horizon.com.br

formação do aluno, que ele aprenda a obter os dados de uma situação problema, rompendo, assim, com a *pedagogia da facilitância*, isto é, a pedagogia que dá tudo pronto e mastigado para os alunos...

A primeira figura era o principal objeto de análise, mas achei importante colocar também as outras peças para facilitar a argumentação com os alunos na hora de discutir os procedimentos utilizados por eles para calcular o perímetro.

Figura 1

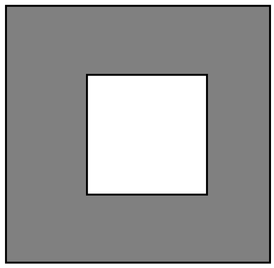


Figura 2

Figura 3

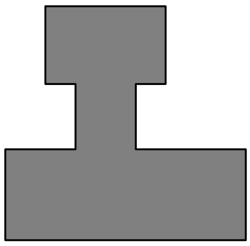
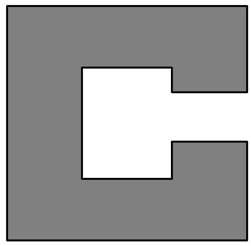


Figura 4



A atividade consistia em:

1) Dividir os alunos em grupos de 4

2) Distribuir uma figura de cada tipo para cada grupo

3) Solicitar que os alunos calculassem o perímetro de todas as figuras, da forma que achassem correta, trocando as peças entre si.

Alertá-los de que esta atividade tinha o objetivo de explorar o pensamento deles sobre perímetro, portanto não consideraria certo ou errado, apenas utilizaria os resultados para discutir e tirar conclusões sobre este conceito juntamente com eles, após esta atividade ter sido terminada por todos e analisada por mim.

Durante a realização da atividade vários alunos perguntavam sobre o que fazer com a parte de dentro da figura vazada, e, conforme o combinado, dizia apenas que fizessem como achassem melhor, alegando que discutiríamos os "porquês" depois.

Ao corrigir as atividades me deparei com muitos caminhos diferentes.

NA FIGURA 1:

Alguns calcularam o perímetro fazendo uma única soma dos lados internos e externos. Outros somaram os dois separadamente e apresentaram dois resultados. Outros somaram apenas os lados externos. E, outros, ainda, somaram os lados de fora, somaram os lados de dentro e subtraíram os resultados obtidos.

NA FIGURA 2:

Não houve problemas, a não ser alguns erros com as vírgulas (na hora de somar inteiros com decimais), pois as medidas não eram exatas. Os alunos utilizavam aproximações com milímetros que variavam de grupo para grupo. Não foi utilizado um molde.

NA FIGURA 3:

Eles perceberam que deveriam somar todos os lados, porém alguns foram esquecidos. Surgiram, ainda, grupos que, talvez influenciados pelo trabalho anterior com áreas, decidiram repartir a figura em retângulos e calcular o perímetro de cada um, separadamente, o que, é óbvio, causou um aumento no valor que deveria ser encontrado para o perímetro desta.

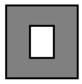
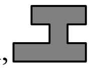
NA FIGURA 4:

Ocorreu o mesmo tipo de problema da figura 3, alguns esqueceram partes e outros fecharam/completaram a figura para calcular o perímetro.

Baseada nestas observações e antes de entregar as folhas para que os alunos refizessem os cálculos, resolvi elaborar um questionário que viria a ser o mediador das discussões acerca das decisões tomadas pelos alunos em seus cálculos de perímetro.

As questões foram estas:

Refletindo sobre o cálculo de perímetro

1) O que é perímetro?
2) Como se calcula o perímetro de uma figura assim  ?
3) Podemos calcular o perímetro desta mesma figura somando os lados de fora, somando os lados de dentro e, depois, subtraindo os resultados?
4) Quando calculamos a área de uma figura assim,  dividimos em partes, calculamos a área de cada parte, e, somando os resultados, temos a área total. Com o perímetro é a mesma coisa? Por quê?

A discussão destas questões que já foram respondidas, será feita também em grupos. Porém, para a formação dos novos grupos, tomei o cuidado de sortear a formação para tentar conseguir uma formação diferente da anterior, de modo a favorecer a reunião de alunos com idéias conflitantes. Os resultados dessas discussões não os tenho ainda disponível.

Tentei utilizar, para essa discussão, a idéia da negociação de significados, tal como propõem Novak e Gowin (1999) no livro Aprender a Aprender, e que fala sobre a construção de mapas conceituais, que é um outro assunto muito relevante e que poderá ser discutido posteriormente, uma vez que o Grupo de Sábado participa, atualmente, do curso on-line "A Cultura Profissional no Contexto da Educação a Distância"[10], onde um dos temas é este.

O que é negociar segundo Novak e Gowin (1999)? E o que é que entendemos por negociar significados?

Segundo Novak e Gowin (1984) negociar é conferenciar com outro para chegar a um consenso em relação a algum assunto, lidar com (alguma matéria ou negócio que requer capacidade para ser resolvido com sucesso), GERIR... preparar ou conseguir mediante deliberação, discussão e compromisso (um tratado).

[10] Projeto desenvolvido pelo LAPEMMEC (Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática Mediado por Computador) no CEMPEM da FE/Unicamp.

À primeira vista, poder-se-ia dizer o seguinte: se o professor (ou o livro de texto) sabe supostamente o que é correto, como é que se pode sugerir que deve haver negociação com o aluno? A resposta reside no fato de estarmos a falar de significados cognitivos, os quais não podem ser transferidos para os estudantes como se tratasse de uma transfusão de sangue. Aprender o significado de um dado conhecimento implica dialogar, trocar, compartilhar, e por vezes estabelecer compromissos.

Note-se que não estamos a falar de compartilhar a aprendizagem. A aprendizagem é uma atividade que não pode ser compartilhada; é, sim, uma questão de responsabilidade individual. Ao contrário, os significados podem ser compartilhados, discutidos, negociados e sujeitos a consenso".

Um ponto muito importante a destacar sobre esta atividade ainda não concluída com meus alunos: o fato de tê-los deixados livres, dizendo que não haveria certo ou errado, permitiu que surgissem maneiras tão diferentes e criativas para o cálculo dos perímetros de figuras tão incomuns em livros didáticos. Este tipo de atividade, que dá liberdade aos alunos para pensarem sobre seus conhecimentos, deve ser uma prática comum em nosso dia a dia de educadores em matemática.

Pelo menos, o perímetro não irá mais nos **"pegar",** nem a nossos alunos...

REFERÊNCIAS

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprender a aprender.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1999.

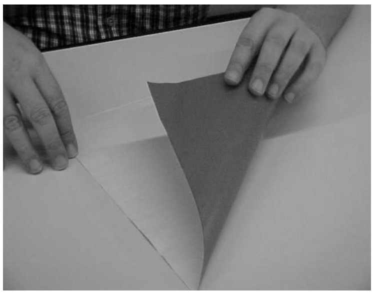
É MODA TER QUATRO IRMÃOS?

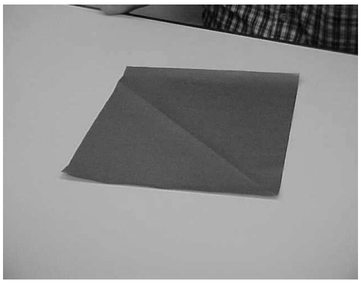
Por Adilson Pedro Roveran[11]

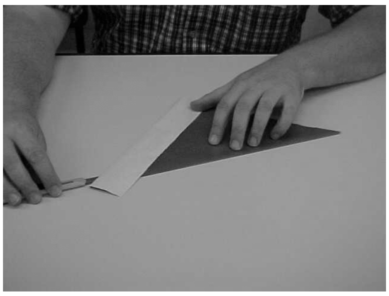
A experiência aqui relatada envolve a exploração de conceitos de estatística com a ajuda das geometrias espacial e plana através de dobraduras.

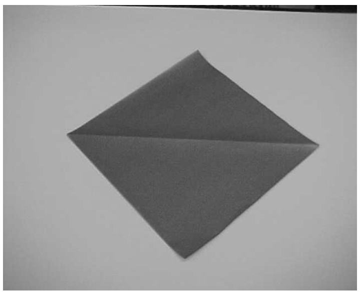
No primeiro dia de aula de 2001, solicitei aos alunos das sextas séries que pesquisassem em jornais e revistas, recortando gráficos que encontrassem, para trazer para a próxima aula.

No dia determinado, reuni os alunos (os quais já tinham sido alunos meus no ano anterior, portanto, muito do que seria feito já era de conhecimento deles), cada qual em seu horário, para uma atividade de dobraduras. De início, distribui duas folhas de sulfite para cada aluno, desafiando-os a transformarem uma folha de formato retangular em um quadrado.







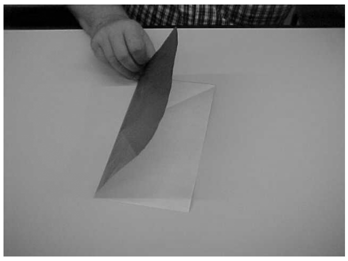


[11] Professor efetivo nas redes municipal (até 1999), estadual e particular de ensino da cidade de Campinas e integrante do "Grupo de Sábado" desde sua fundação. E-mail: aproveran@uol.com.br

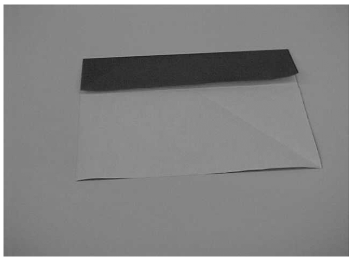
Tarefa executada, esclareci, brincando, que quando montamos peças, dobrando folhas, fazemos dobraduras; como eles cortaram o retângulo que sobrou, executaram uma cortadura.

Foram feitos, a seguir, os passos para a elaboração de uma peça que, pronta, formaria um cubo juntamente com outras cinco peças idênticas.

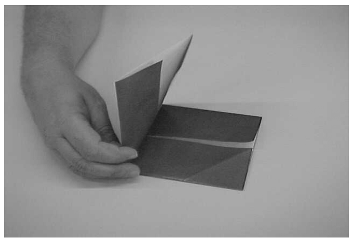
Comecei, então, a exposição:



Com o quadrado de papel nas mãos, deve-se dobrá-lo ao meio, de forma a formar dois retângulos. (Neste ponto, deve-se levar a discussão em classe até que os estudantes identifiquem que o retângulo tem um lado, a largura, medindo a metade do comprimento).



Abre-se o retângulo e dobra-se cada figura ao meio, até que se tenha um retângulo com a largura medindo ¼ do comprimento. A figura tem, em pé, o formato de um armário, com suas portas fechadas. É como se abrindo as portas do armário surgisse lá de dentro o Ricardão.

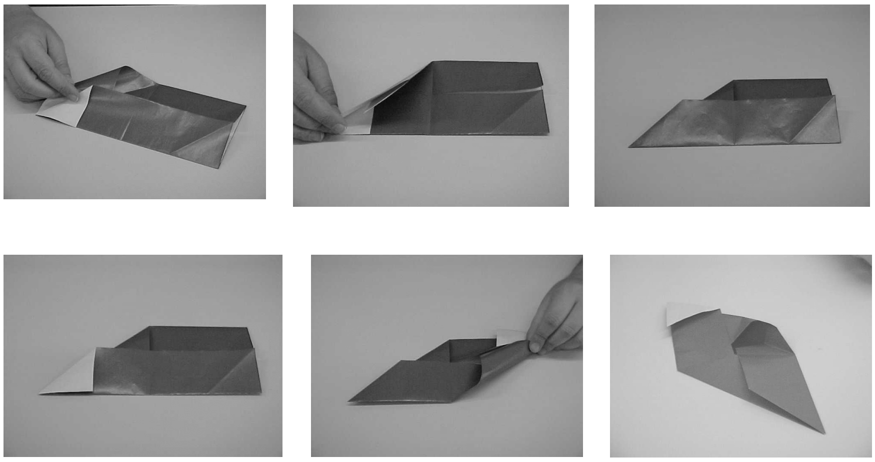


Fecha-se o armário e dobra-se ao meio voltando a formar um quadrado, este com os lados medindo a metade do tamanho original. Neste ponto, alguns já comentam: – De novo! Fizemos um quadrado, transformamos em um retângulo, dividimos ao meio para voltar a outro quadrado?

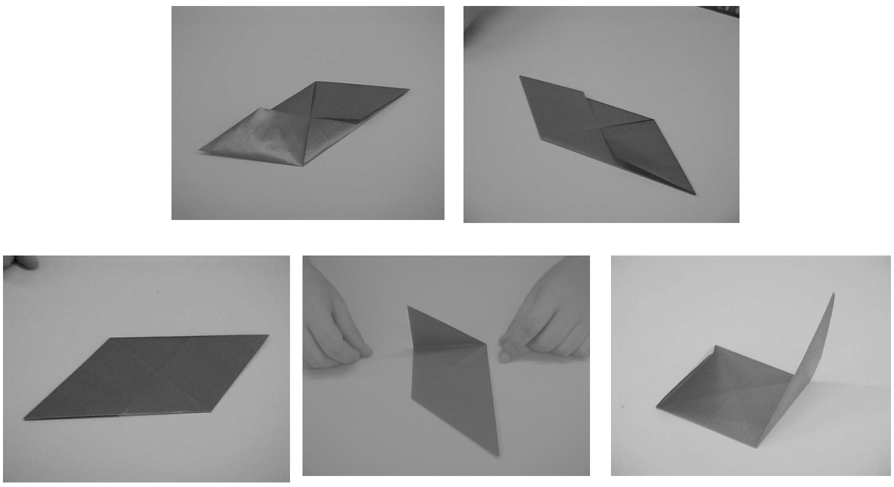
– Pois é, disse eu. Porém não fica só nisso. É necessário fazer mais algumas dobras para atingirmos o objetivo, aliás, qual é mesmo?

– Formar um cubo, disseram eles, duvidando um pouco.

Fui à lousa e, apoiando a figura (de novo desdobrada, na forma de armário deitado, mas com uma dobra bem no meio) mostrei os passos seguintes: Dobrar uma das partes, a da mão direita, para cima, e disse: right hand up. Temos, agora, um trapézio retângulo.

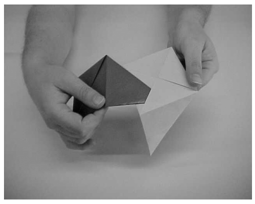


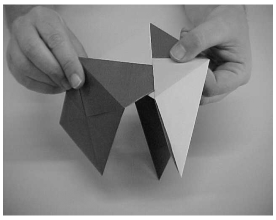
A outra parte, que fica do lado da mão direita, é dobrada para baixo, assim: left hand down. Agora, temos um paralelogramo, que dobrando as abas laterais, formamos, no centro, adivinhem: um quadrado. – Square! , disseram eles.

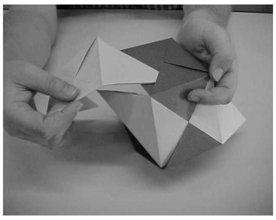


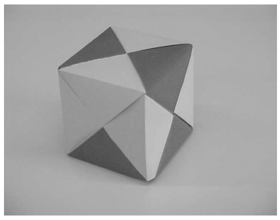
É lógico, já que vamos formar um cubo e este tem seis faces quadradas.

A missão de cada um é montar mais uma peça com a outra folha de sulfite e, em grupos de três, formar o cubo.







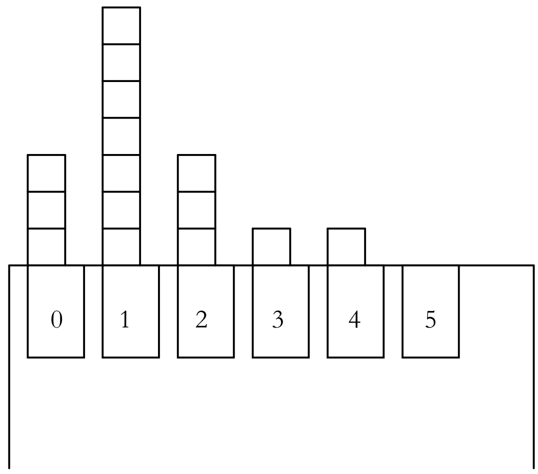


Cada aluno produziu duas peças e, em trios, foram montados cubos entrelaçando as seis peças. A tarefa proposta envolveu debates a cada fase, a respeito das formas geométricas encontradas e suas propriedades. A aula passou rapidamente. Era uma sexta feira e eles deveriam trazer, cada um, seis peças prontas de casa para a aula de segunda feira, para serem montadas em classe.

Ao entrar na sala, na segunda feira, já estavam 13 pimpolhos (em média) me assaltando com perguntas sobre como encaixar as abas das peças. Devo esclarecer que outros vinte, aproximadamente em cada classe, haviam montado, mas sem conseguir encaixar as partes corretamente. Acalmados os ânimos e esclarecidas as dúvidas, todos estavam com seus cubos prontos.

Foi a hora de colar, com durex, seis folhas previamente numeradas de zero a cinco, na mesa do professor. Para este novo passo da atividade, escolhi 15 alunos, aleatoriamente, para colocar seu cubo na posição do número correspondente à quantidade de irmãos que cada um possuía. Expliquei que 15 não era o total de alunos da classe, mas uma AMOSTRA, ou seja uma parcela supostamente representativa daquele total.

Novo tumulto! Alguns entenderam que deveriam se incluir no número de irmãos, o que deixaria sem utilidade a marca do zero. Chegados a um acordo de que eles não deveriam se incluir no grupo de irmãos para preservar a utilidade do zero, a mesa ficou mais ou menos assim:



A imagem da mesa foi a inspiração para desenharem, em uma folha de papel milimetrado (também pode ser papel quadriculado), o gráfico correspondente ao número de irmãos de uma amostra dos alunos da classe. Discutimos o conceito de freqüência, representado pela altura da coluna que indicava a quantidade de cada opção.

Com o gráfico feito, foram verificadas várias opções, que ficaram abertas aos alunos, de apresentação dos dados. Alguns usaram cores diferentes em cada coluna e fizeram legendas, outros escreveram no eixo horizontal, abaixo de cada coluna, o número correspondente à quantidade de irmãos. Outro item que ficou em aberto, foi a elaboração do título do gráfico, para depois, em plenária, decidirmos pelo consenso – QUANTIDADE DE IRMÃOS DOS ALUNOS DA 6ª SÉRIE A.

Foi possível discutir, também, o conceito de moda, com todos querendo falar ao mesmo tempo, lembrando que ouviam música da moda, usavam roupas da moda, algumas pessoas freqüentavam lugares da moda, até que perceberam que moda é um fato majoritário ou que a maioria procura praticar. Isto fez com que concluíssem que, na amostra, era ter 1 irmão (o que equivale a dois filhos por casal).

Discutimos, também, sua possível razão sócio-econômica, bem como a dificuldade de encontrar alguém com quatro irmãos, fato comemorado na 6ª B por que um dos alunos era o primeiro de uma prole de cinco filhos. Daí surgiu minha pergunta: É moda ter quatro irmãos? Um deles falou: *O Sinésio tem quatro irmãos, como é que pode*? E eu completei: *Como se ele fosse responsável por este fato*!

Esta segunda atividade tomou uma aula dupla e serviu para dar início ao estudo dos gráficos solicitados na pesquisa em jornais e dos gráficos posteriores, envolvendo outros assuntos e também outros tipos de gráficos: de barras e polígono de freqüências.

Obs.: O cubo montado com dobraduras é de domínio público e desconheço seu criador, bem como é de domínio público a técnica de usar cubos para montagem de gráficos em estatística.

QUANDO A MODA MUDA: TENTANDO APLICAR OS PCNS...

Por Roseli de Morais[12]

Em uma das reuniões do Grupo de Sábado, quando estávamos fazendo a leitura e reflexão do texto do professor Adilson Pedro Roveran, intitulado "É moda ter quatro irmãos?", surgiu uma idéia para meu trabalho com os PCNs com os professores de 1ª a 4ª série no município de Nova Odessa, SP.

No próximo encontro com os professores, eu teria que trabalhar o tema transversal da cidadania. Pensei: que tal desenvolver com eles esse trabalho de dobradura e estatística fazendo uma articulação com os temas transversais?

É importante ressaltar que a finalidade do trabalho com os PCNs de matemática com os professores era para motivá-los para a leitura dos PCNs e oportunizar o aprofundamento de seus conhecimentos não somente em matemática mas, também, em outros aspectos fundamentais à formação continuada dos mesmos.

A minha opção por esta atividade foi também motivada pelo que fato de que poderia aproveitar o momento da construção da dobradura para rever alguns conceitos geométricos tais como quadrado, triângulo, cubo, vértices, mediana, áreas e, também, algumas noções de estatística.

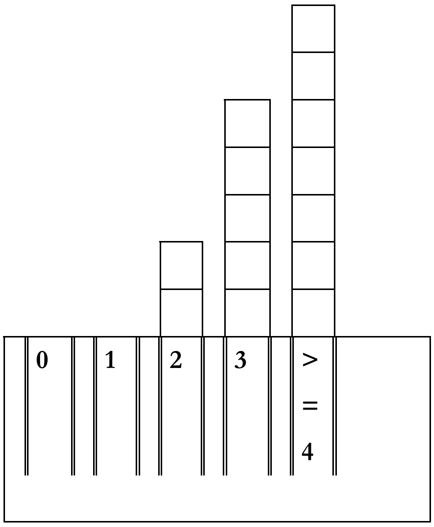
O trabalho de construção dos cubos foi desenvolvido em grupos onde uns ajudavam aos outros, dada à dificuldade que os professores apresentavam em relação a algumas noções de geometria. Enfim, depois de muitos erros e acertos, conseguiram construir os cubos.

É importante lembrar que o curso era dado, quinzenalmente, no período noturno, de modo que muitos dobram período, chegando cansados e até mesmo sem jantar. Mas, naquele dia, senti que a fome e o cansaço pareciam não estar presentes.

Com os cubos prontos, coloquei 5 folhas previamente numeradas de zero a quatro, conforme figura abaixo, e escolhi aleatoriamente 14 professores (uma amostra) para colocarem o cubo no número correspondente à quantidade de irmãos que possuíam, sendo que a última folha ficou reservada para aqueles que possuíam quatro ou mais irmãos.

---

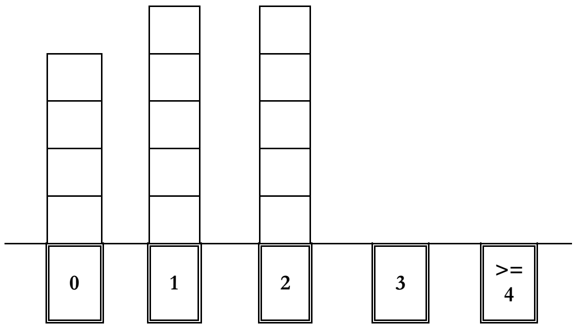
[12] Diretora de escola, formadora e coordenadora Geral dos PCNs da Rede Municipal de Nova Odessa, SP.



O esquema, à esquerda, mostra o resultado obtido

Após explorarmos alguns conceitos de estatística (amostra, freqüência, moda), pedi para os mesmos 14 professores colocarem seus cubos na posição correspondente ao número de filhos que possuíam.

O novo esquema ficou sendo o do lado direito.



Os professores, instantaneamente, perceberam a diferença de um gráfico para o outro, havendo comentários paralelos e vários risos, entre elas e brincadeiras tais como: naquela época não havia televisão; a camisinha não era usada; etc.

Mas, falando sério, uma delas interveio dizendo que os tempos eram outros e que sentia saudades daquela época que morava no sítio com seus pais. Comentou, ainda, que, apesar de terem tido uma vida de trabalho braçal, ela e seus irmãos viviam felizes...

Sua colega ao lado destacou, também, a diferença de princípios, das gerações, do avanço da industrialização. Disse: hoje, sofremos, em nossas casas, uma grande influência da televisão, vendendo ilusões e propagando outros valores... E completou: apesar de conseguirmos grandes conquistas, acredito que a fome e a miséria são maiores nos dias de hoje; antigamente, onde comiam dois comiam três, quatro, cinco... E, quanto mais filhos, havia mais gente disponível para o trabalho. Eram poucos que completavam o chamado curso ginasial. Hoje todos têm oportunidade para o estudo.

Outra professora, manifestando-se em tom de desabafo, disse:

– Hoje, muitas famílias estão desestruturadas. Algumas crianças comem somente na escola. Outras são muito agressivas. Mães que abandonam seus filhos. Filhos de vários homens. Pais que chegam em casa cansados do trabalho e não dão a atenção devida a seus filhos, porque quer ficar em frente da televisão. Fora aqueles que chegam, já tarde da noite, cheios de pinga...

Perguntei o que poderia ser trabalhado com os alunos sobre os aspectos levantados e qual o papel da matemática nesse contexto. Surgiram, então, reflexões sobre a importância do conteúdo e a possibilidade de trabalhar com os alunos alguns temas transversais, como a Cidadania, pois poderia ajudar os alunos a compreenderem o mundo em sua volta. Faltando uns quinze minutos para o término do encontro, sugeri aos professores que escrevessem um relato sobre o que foi mais significativo na atividade do dia e o que isso contribuiu para sua formação como professor.

Vejamos alguns relatos:

A atividade serviu para clarear nossas idéias, abrir novos horizontes, mostrando como ensinar matemática de uma forma descontraída e prazerosa. O que foi mais importante é que, nas dificuldades, um ajudou ao outro.

Nos ajudou a repensar sobre a matemática, procurando elaborar aulas mais práticas e agradáveis, criar situações para que os alunos raciocinem e elaborem suas respostas.

A própria construção do cubo, envolvendo vários aspectos: as formas geométricas, área, fração, divisão, coleta de dados, gráfico de barras, interação da matemática nos temas transversais, o envolvimento e interação do grupo.

Após ler os relatos das professoras, senti que algo não estava bem, mas não consegui, naquele momento, perceber de que forma a atividade poderia ter sido mais significativa.

Alguns meses depois, levei a primeira versão deste texto para uma das reuniões do Grupo de Sábado. Durante a leitura, algumas reflexões e sugestões surgiram no GdS. Uma delas dizia respeito a uma melhor exploração dos temas transversais.

O grupo comentou sobre a possibilidade de fazer uma discussão com os mesmos professores sobre os temas transversais, explorando principalmente o tema da cidadania e da sexualidade. Uma estratégia para problematizar isso, com os professores, seria retomar a atividade confrontando três gerações: o número de irmãos dos pais dos professores; o número de irmãos dos professores e o número de filhos dos professores. Outra alternativa seria os professores aplicarem a tarefa com seus alunos, explorando o número de irmãos dos alunos e confrontando com o número de irmãos de seus pais e o número de irmãos de seus avós.

Comentei que os encontros de matemática tinham acabado, mas o mesmo grupo de professores estava, agora, trabalhando o PCN de história... Pensei: talvez possa retomar o tema fazendo um trabalho interdisciplinar. Um dos integrantes do grupo, destacou a importância de confrontar, com os professores, o sentido de cidadania atual com o do passado; que fatores podem ter influenciado a diferença no número de filhos do passado para o de hoje; qual a responsabilidade atual pela criação e formação de um filho; etc.

Com as reflexões surgidas no grupo, e dias de escuridão, consegui desvelar minha angústia que estava oculta dentro de mim. Graças à reflexão do GdS, percebo, agora, mais claramente as possibilidades de um trabalho interessante com os temas transversais.

Algumas semanas depois, conversando sobre isso com duas professoras de 2ª série e duas de 4ª série, elas se dispuseram a aplicar a tarefa em suas classes. As professoras relataram os resultados em um dos encontros, trazendo gráficos que representavam o número de irmãos de seus alunos e o número de irmãos do pai ou da mãe. Nas quatro salas, os gráficos mostravam claramente que grande parte dos alunos possuía de zero a dois irmãos e seus pais possuíam mais de três irmãos.

As professoras de 4ª série relataram que trabalharam vários tipos de gráficos, explorando o conteúdo de porcentagem, abordando questões econômicas e culturais. Uma delas comentou que seus alunos perguntaram porque, na época de seus pais, a família era maior. Surgiu, assim, a oportunidade para a professora levantar hipóteses com seus alunos, promovendo reflexões sobre as mudanças ocorridas. Os alunos comentaram sobre o uso de remédios, de anticoncepcionais, e da camisinha. Foi possível, assim, trabalhar o tema da sexualidade e de conteúdos de ciências. Sobre outras diferenças históricas abordadas, uma das professoras aproveitou para desenvolver com seus alunos uma pesquisa de campo, levantando como eram, antigamente, os costumes, os hábitos alimentares, campo de trabalho etc.

Uma das colegas comentou sobre a dificuldade de resgatar alguns valores com os alunos, devido à má qualidade dos programas de TV e à falta de estrutura familiar, em que os pais não acompanham a vida escolar de seus filhos. Hoje, os filhos praticamente mandam nos pais. Diziam: na nossa época respeitávamos os nossos pais. Perguntei se era respeito ou medo? Após um momento de silêncio, seguiu-se um coro de vozes da palavra medo. E, uma delas, comentou da dificuldade das relações existentes no passado e nos dias de hoje, destacando principalmente a ausência de afeto e carinho entre pais e filhos.

O relato das professoras de 2ª série mostra que os alunos entrevistaram pais e avós para explorar as histórias de suas famílias e construir, em cartolina, gráficos de barras, os quais foram completados com redações e debates. As crianças relataram que seus avós eram do sítio e viviam do trabalho da roça, sendo que, hoje, suas tias e mães trabalham como costureiras devido à industrialização têxtil da região e seus pais no comércio ou em fábricas de tecidos. Existem, também, alguns pais que trabalham nas cidades vizinhas de Americana, Sumaré e Campinas.

Gostaria de esclarecer ao leitor que este trabalho não contou com minha participação. Foi um trabalho realizado pelas próprias professoras, ao longo de uma semana, sendo avaliado por elas como muito gratificante. Para sistematizar essa experiência, sugeri apenas que registrassem os objetivos e conteúdos de matemática, história e geografia que poderiam ser explorados com este tipo de atividade. O resultado foi o seguinte:

GEOGRAFIA

Objetivos: reconhecer semelhanças e diferenças de grupos sociais.

Conteúdos: explorar aspectos econômicos, sociais, culturais, religiosos. Trabalhar cartografia, zona rural e urbana.

MATEMÁTICA

Objetivos: conhecer a representação e interpretação de gráficos, comparar e ordenar dados. Resolver e interpretar problemas do cotidiano. Explorar noções de medidas.

Conteúdos: estatística, medidas, porcentagem, resolução de problemas.

HISTÓRIA

Objetivos: conhecer e discutir as diferentes formas de organização e estruturação familiar ao longo do tempo. Comparar e compreender a evolução das gerações, situando no tempo e espaço, de forma que haja o entendimento do homem e suas influências no meio em que vive.

Conteúdos: O eixo organização histórico-temporal, comparação de informações sobre as construções familiares, estudo das famílias dos alunos.

Após a leitura e comentários, uma das professoras da quarta série disse que, ao refletir sobre a experiência realizada, percebeu que poderia ter explorado outros dados estatísticos com os alunos, tais como: quantidade de alunos que vivem na zona rural e urbana; alunos que nasceram no município; pais de alunos que trabalham nas indústrias, comércio; pais imigrantes...

O grupo concluiu sobre a importância de fazer um trabalho interdisciplinar dessa natureza; um trabalho que permita aos alunos, mediante reflexão e análise, uma melhor compreensão do mundo em que vivem. Mas, para que essa cidadania possa ser desenvolvida, reconhecem os professores, precisam dominar melhor os instrumentos que permitam estabelecer essa análise: a matemática, a estatística, a história, a geografia, etc.

Gostaria de ressaltar a importância de estar trabalhando com os professores a partir de sua prática. Isso aprendi com eles e com o Gds. Acredito que os PCNs chegarão efetivamente à sala de aula se os professores puderem se fazer ouvir em suas experiências e tentativas de aplicá-los em sala de aula. Mas, mais que isso, é preciso desenvolver um ambiente de reflexão coletiva sobre as experiências de sala de aula. É assim que os próprios professores podem, tendo em vista as peculiaridades de seus contextos, desenvolver outras atividades com seus alunos. A articulação entre reflexão teórica e experiência prática me parece que é o caminho para a aprendizagem de novos conhecimentos e de transformação de uma prática mais condizente com os desafios educativos para o novo milênio.

SE INSCREVER É COLOCAR DENTRO, ENTÃO O ERRADO É QUE ESTÁ CERTO

Por Maria das Graças dos Santos Abreu[13]

Fazíamos a leitura do texto "*Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática*" de Golbenberg (1999) em nossa reunião do *Grupo de Sábado* quando nos deparamos com o seguinte problema sobre ângulos inscritos:

Desenha um semicírculo. Seguidamente inscreve um ângulo nesse semicírculo.

Qual é a medida desse ângulo?

Inscreve outro ângulo no semicírculo e mede-o. O que varia? O que fica na mesma?

Paramos para uma reflexão sobre como esse problema poderia ser resolvido. Não citarei aqui nossas considerações, pois prefiro ater-me às que meus alunos fizeram.

Pois bem, despedi-me dos integrantes do grupo e segui para minha casa. Confesso que durante todo o trajeto aquele problema não saía de minha mente junto de uma outra questão: O que levaria um aluno a resolver este problema da forma esperada?

Abro aqui um parênteses para comentar que no grupo discutimos a inscrição no semi círculo de um ângulo de 90º, esta situação portanto era a forma esperada.

Na semana que se iniciou questionei alguns colegas sobre o mesmo problema ao que eles respondiam de pronto:

– Todo **triângulo** inscrito em um semicírculo possui um ângulo de 90 graus. Houve ainda quem falasse em arco capaz.

– Não, dizia eu, essa informação não deve ser dada, leve em conta apenas o fato de que o aluno deve inscrever um ângulo.

Não satisfeita, resolvi levar a questão para duas de minhas turmas para ver o que aconteceria.

Na primeira, uma turma de 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de Campinas, que possui conceitos necessários e

[13] Professora de Matemática da Escola Estadual Joaquim Ferreira Lima e Colégio Dom Barreto em Campinas, SP.

suficientes (conhecem círculo, circunferência e ângulo) para responder à questão.

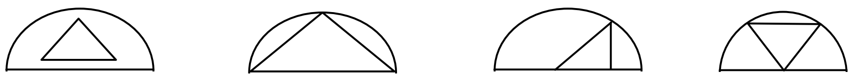
Acreditei ser necessário consultarmos um dicionário para buscar o significado do termo *Inscrever*. Tínhamos em classe o Mini-dicionário Aurélio. Nele constava:

Inscrever v.t. 1. Escrever, insculpindo ou gravando. 2. Efetuar a inscrição de. 3. Pôr por escrito, escrever...

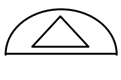
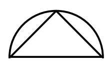
Como neste dicionário não aparecia nenhuma referência à Matemática, pedi a um aluno que fosse à biblioteca e trouxesse outro para nós. Ele trouxe, então, a *Novíssima Enciclopédia Delta Larousse*. Nela encontramos:

Inscrever v.t. Gravar na pedra, no mármore etc.: inscrever um nome num túmulo / Insculpir, entalhar / Mat.: Traçar uma figura dentro de outra: inscrever um triângulo num círculo / Fazer menção de alguma coisa num registro, numa lista etc. / Notar, lembrar./– v.pr. Escrever ou fazer escrever um nome num registro, numa lista, etc.: inscrever-se num concurso.

Feito isso, solicitei que fizessem o desenho e obtive os seguintes resultados:



Já na segunda turma, uma classe de 2º ano do Ensino Médio da mesma escola, contei a eles sobre o problema e o que havia ocorrido no grupo e na sala de 6ª série. Fizemos a leitura das mesmas definições para depois solicitar os desenhos e o resultado foi este:

2 alunos
desenharam assim:  e os demais (29) fizeram assim: 

Nesse momento, fui para a lousa, coloquei os dois desenhos e pedi-lhes que justificassem o por quê de haverem feito daquela forma.

Os dois alunos, responsáveis pelo primeiro desenho, foram rápidos ao responder:

Se inscrever é colocar dentro, o nosso é o que está correto.

Uma garota, então, questionou os dois alunos, dizendo:

– Vocês não sabem que todo triângulo inscrito numa semicircunferência tem um ângulo de 90 graus?

Os dois alunos, entretanto, nada responderam.

Sentia-me inquieta, embora, nesta turma, a grande maioria fizera da forma que **eu** esperava. Solicitei, então, aos alunos que me ajudassem a entender melhor a situação. O primeiro aluno a manifestar-se fez a seguinte pergunta:

Professora, será que o que faz o aluno desenhar desta ou daquela forma não é o que ele entende por círculo e circunferência?

É, pode ser, parece que a dúvida não está na palavra "inscrito", uma vez que todos colocaram dentro. Se o aluno souber o que é circunferência, ele não faz errado, falou um outro rapaz.

Exclamei: Bingo! Está aí uma resposta que eu não ouvira antes e nem mesmo a considerara. E notem bem gente: estes são alunos de escola pública... E, após mais algumas discussões, chegamos à seguinte conclusão: se considerarmos o ângulo ou triângulo inscrito num semicírculo, todos as respostas dadas são corretas. Mas se for inscrito numa semicircunferência, então são corretas apenas aquelas figuras cujos vértices estão sobre a circunferência...

Depois deste episódio, refleti bastante e tentei sistematizar algumas conclusões:

1) É necessário que a situação proposta seja extremamente clara para que o aluno não se sinta inseguro ao respondê-la;

2) Se ele souber o real significado das palavras, tende a errar menos;

3) É necessário conhecer o assunto a que se refere o problema;

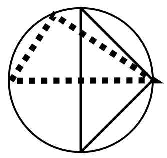
4) Deveria poder consultar um dicionário sempre que precisasse.

Quando retornei este trabalho ao GdS para nossas considerações finais, começamos a apresentar uma série de outras questões. A primeira delas levantou suspeitas sobre a tradução do texto do inglês para o português. Será que o texto original não constava semicircunferência ao invés de semicírculo[14]?

---

14 Jiménez (2002, p. 151), constataria mais tarde, ao analisar esse episódio em sua tese, que embora "o Teorema clássico da Geometria considere os ângulos inscritos em uma semicircunferência, o enunciado do problema, tal como foi proposto por Goldemberg (1999), pede para inscrever ângulos num semicírculo".

A outra questão dizia sobre a diferença de nossa interpretação do problema com aquela feita pelos alunos. Os alunos nos surpreenderam. Veja o diálogo das falas[15] do GdS sobre esse episódio:

> ***Renata:*** *E quando a gente discutiu aqui a gente achou que o problema era só com inscrito, lembra? A definição de círculo, a gente nem pensou...*
>
> ***Alfonso:*** *É isso que eu coloco, como nós professores estamos muito formatados. Porque veja que todos inicialmente entendemos o problema desse jeito [normalmente esperado]. Mas os alunos interpretam mais livremente, às vezes, tudo ao contrário...*
>
> ***Dario:*** *Sim, porque a gente aqui já está com a cabeça de matemático; já tem os conceitos mais ou menos elaborados. E pensamos segundo eles.*
>
> ***Graça:*** *A gente fica esperando aquilo que a gente já sabe...*
>
> ***Luciana:*** *E a nossa (...) é sempre a mesma, pode prestar atenção. Toda vez, por exemplo, quando a gente vai dar esse tópico, você vai lá direitinho, já coloca... Sempre do mesmo jeito.*
>
> ***Dario:*** *Eu, quando li o problema, a primeira coisa que me veio à mente foi assim (desenhando na lousa um ângulo reto inscrito e abraçando meia circunferência). Eu até tinha imaginado diversos ângulos no círculo...*
>
> 
>
> ***Alfonso****: Da postura metodológica... quase sempre o professor formata um conceito, um problema e espera que todos interpretem da mesma forma, e na verdade isso não acontece.*
>
> ***Dario:*** *O professor, a partir deste caso, pode tirar uma conclusão ou um procedimento que pode ser equivocado. Eu posso concluir, por exemplo, que, antes de dar um problema como este, eu deveria trabalhar com os alunos a definição de circunferência, círculo e de figura inscrita. Eu acho que isso seria equivocado porque é o problema ou a necessidade que dá sentido a esses conceitos... No fundo, o problema é que gera o contexto de significação para esses termos... É a partir de um problema que podemos explorar o sentido dos conceitos que estão subjacentes...*

REFERÊNCIAS

GOLDENBERG, P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. In: *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. ABRANTES, P. et al. (org.) Lisboa: Associação de Professores de Matemática de Portugal, 1999.

JIMÉNEZ ESPINOSA, Alfonso. *Quando professores de matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes*. 2002. 237f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE, UNICAMP, Campinas(SP).

---

15 Extraído de Jiménez (2002).

CHUTEI A BOLA NO ÂNGULO !

Por Rogério de Sousa Ezequiel[16]

Tudo começou no GdS quando faltavam poucos minutos para o término da reunião em que discutimos o texto e a experiência da colega Maria das Graças sobre ângulo inscrito num círculo. Eu estava guardando o material e o Alfonso já tinha desligado o gravador, quando o professor Dario lançou a seguinte questão: – *Será que nós professores sabemos trabalhar o conceito de ângulo*?

Eu, de pronto, respondi que o tema ângulo era fácil de ser trabalhado. Os alunos não apresentavam muitas dúvidas ou dificuldades no decorrer do aprendizado, principalmente em comparação com os outros conteúdos de matemática.

O professor Dario Fiorentini simplesmente desferiu um sorriso e me disse: – Será?

Aquela pergunta muito me incomodou. Confesso que tive dificuldades para achar a saída da Unicamp. Pensava comigo mesmo: o Dario falou diretamente para mim; ele deve pensar que eu não sei o que é ângulo ou que não sei trabalhar este conteúdo de forma adequada...

E, enquanto dirigia, tentei recordar como eram minhas aulas sobre esse tema. Eu geralmente começava com a definição de ângulo acompanhada de sua representação em desenho. Utilizava, para isso, materiais como régua, compasso e transferidor. Faz quatro anos que leciono assim e não lembro de ter tido dificuldades... Não sei de onde o Dario tirou aquele "será"...

Mas, de repente, me percebi sendo convidado, ou melhor, convocado por mim mesmo, a refletir sobre minha prática pedagógica e, também, sobre a teoria relativa à concepção de ângulo. Decidi, então, fazer uma nova experiência pois, coincidentemente, este seria o tema da próxima aula com a 7ª série de uma escola de periferia de Campinas. Esperava, assim, responder àquele "será" do Dario.

Para esta aula, não fiz, como de praxe, o plano de aula e nem sequer o rascunho. Iniciei a aula perguntando aos alunos o que eles já sabiam sobre ângulo e pedi que ilustrassem, com exemplos, o sentido dessa palavra. Para minha surpresa, foi somente nesse momento, que tomei conhecimento de respostas, comentários e exemplos não esperados por mim:

– Isso é fácil, ângulo é o canto, respondeu SEL.

---

16 Professor da E. M. E. F. Pres. Floriano Peixoto (Campinas, SP) e Diretor da E. M. E. F. Gov. André Franco Montoro (Valinhos, SP).

– Professor, o ângulo é o lugar perto da trave com o travessão. Portanto temos ângulos. Sendo que quando chuto a bola, tento colocar no ângulo, pois é difícil o goleiro pegar, afirmou FRA.

Antes de tecer qualquer comentário, gostaria de destacar o interesse imediato dos alunos pelo tema. Acompanhe a discussão e os argumentos que se seguiram.

– FRA, se você considerar as traves e o travessão como semi-retas, então, você está certo, afirmou MAR.

– Não, não e não! Vocês não estão ligados no assunto, pois se o ângulo é de 90º, então se o FRA chutar a bola no meio do gol ele acertará o ângulo também, afirmou ROB.

– Cê tá é louco, moleque. Ângulo é a parte próxima do canto. Se chutar no meio do gol, não é no ângulo. Quantas vezes não ouvimos o narrador de futebol gritar "é no âaaaaaaaaaaaaaaaaangulooooooooo...", gritou FRA.

– Se o ângulo é de 90º, como que você pode explicar, ô moleque, que o meio do gol não é parte de um ângulo? Como você sabe até onde vai ângulo? Retrucou Rob.

Rob, então, não se contentando apenas com suas explicações verbais, pediu para ir à lousa, onde fez um desenho (fig. 1).

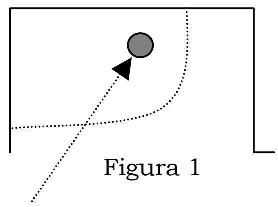


Figura 1

Neste momento surge o colega RIC que, querendo entender o raciocínio de ROB, traz o exemplo da tesoura:

– Pelo que estou entendendo ROB, se eu abrir uma tesoura, o ângulo vai de uma ponta até a outra e não só na parte próxima onde ficam ligadas?

– É isso mesmo, diz ROB.

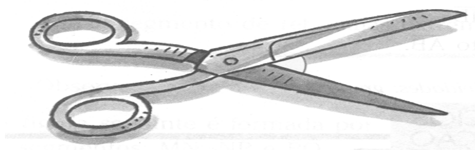
– Ei maninho! O povo tá discutindo se a bola foi no ângulo e você vem com esse papinho de tesoura. Eu heim, não sei não! (Brincou JOA...)

Até aquele momento eu estava acreditando que a dúvida se reduzia à significação social ou popular da palavra ângulo. Seria algo parecido com o que foi mostrado pela professora Juliana Facanali Castro (2001) no livro "Histórias de Aulas de Matemática I", em relação aos diversos significados da palavra radical. Mas, após consultar alguns livros didáticos, verifiquei que isso poderia ter sido induzido pelos próprios livros didáticos de matemática, sobretudo quando os livros representam o ângulo sombreando apenas a região próxima ao vértice e não exploram, segundo meus colegas de GdS, a noção de ângulo como abertura, diferença de orientação, mudança de direção, parte de uma rotação ou de um giro... Por exemplo, a abertura de uma porta...

Uma pergunta interessante que me foi sugerida pelo GdS para ser discutida com os alunos: Por que as portas de uma sala ou de um quarto são construídas geralmente próximas aos cantos? O que acontece com o ângulo de abertura de uma porta quando ela se encontra junto ao conto e quando ela está afastada do canto?

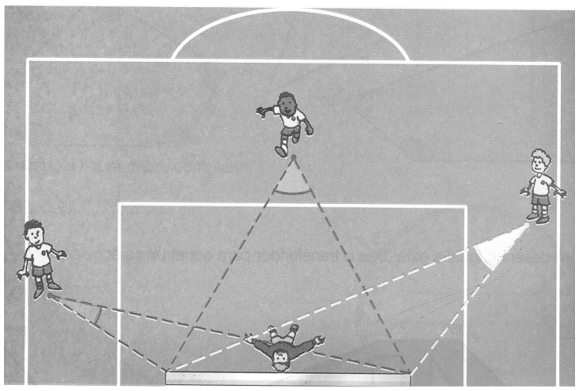
Vale ressaltar que quando RIC citou o exemplo da tesoura, ele utilizou a mão abrindo dois dedos sinalizando uma tesoura, conforme inúmeras representações de ângulos encontrados em diversos livros didáticos. Observe que a figura 2, extraída de Giovanni e Castrucci (1992, p. 138), destaca como ângulo apenas a parte próxima à abertura da tesoura.

Figura 2



A ilustração (Figura 3) a seguir, de Giovanni e Parente (1999, p. 234), embora tenha o mérito de tentar representar o ângulo de visão do gol de cada um dos três chutadores, pode produzir uma interpretação equivocada de ângulo ao destacar apenas os cantos (setor próximo ao vértice) de cada um desses ângulos.

Figura 3



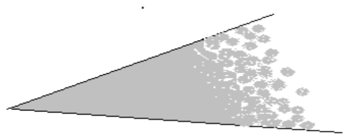
Após as discussões, perguntei para a classe se concordavam com a interpretação de ROB de que, no desenho por ele traçado, a bola teria acertado o ângulo formado entre a trave esquerda e o travessão. Para minha surpresa, a metade da classe concordou com ROB e outra não. Mais tarde verifiquei que os alunos dessa série tinham estudado ângulos na 6ª série, em livros didáticos diferentes e com professores diferentes. Isso talvez explique, em parte, a divergência de significação de ângulo para aquela classe.

Uma menina levantou a mão e me informou que faltavam 2 minutos para bater o sinal, foi quando os discentes se assustaram, inclusive eu. A aula tinha passado muito rápida. Aproveitando os últimos minutos, pedi para que fizessem uma pesquisa na biblioteca com finalidade de buscar representações e exemplos para melhor compreensão do tema.

Na aula seguinte, já cheguei perguntando quem tinha realizado a pesquisa e verifiquei que muitos haviam realizado a tarefa, fato pouco comum, atualmente, em escolas públicas. Solicitei, então, que os alunos relatassem o que haviam encontrado. Os alunos, para minha grata surpresa, começaram a apontar erros de representação e conceituação de ângulo que encontraram em livros didáticos, tais como: a representação de ângulo como canto; ângulo como figura geométrica constituída por duas semi-retas com ponto em comum; ângulo como área compreendida entre duas semi-retas; etc.

Um dos alunos, entretanto, destacou uma figura (Fig. 4) ilustrativa e esclarecedora que, segundo ele, representava bem a idéia de ângulo que estava sendo (re)construída na classe.

Figura 4



Os alunos, a partir dessa pesquisa, concluíram que muitos dos erros que cometem não são culpa deles. Veja, por exemplo, o que diz RIC a esse respeito: – *Se a gente erra o caminho é porque foram eles que deram o endereço errado, se não a gente acertava...*

Penso que RIC menciona o pronome "eles" se referindo tanto aos professores que deram aulas nos anos anteriores como ao autor do livro didático em que estudou. Livros esses que, ao adotarem uma *pedagogia da facilitância*, subestimam a capacidade dos alunos. O resultado disso é a falsa sensação de aprendizagem, ou seja, o professor pensa que ensinou e o aluno acredita que aprendeu...

Confesso que, no momento do debate entre os alunos, eu fiquei angustiado em não poder dar logo a resposta certa a eles. Tentando ser mediador, descobri, nesta aula, que a relação aluno/aluno é muito significativa para a aprendizagem e que a intervenção do professor é necessária, mas na hora certa. A angústia do professor em querer dar tudo pronto, dar a resposta certa e definitiva, pode impedir que o aluno aprenda por si próprio, sufocando, assim, a sua criatividade e seu desenvolvimento intelectual.

Quando estava reescrevendo este texto eu lembrei do tempo em que era criança e morava no campo e colhia frutas (mangas) para serem vendidas na cidade. Estas frutas eram colocadas em estufas, sendo amadurecidas artificialmente. Mas, cedo descobri que aquelas frutas não eram tão saborosas quanto aquelas que amadureciam no pé. Será que não ocorre o mesmo com o aprendizado?

Agora sou em quem pergunta: quando utilizamos a *pedagogia da facilitação* ou o método da *estufa pedagógica* estamos realmente chutando a bola no ângulo ou no canto?

REFERÊNCIAS

CASTRO, J.F. Explorando os significados do termo "radical" numa aula de matemática. In: GRUPO DE PESQUISA-AÇÃO EM ÁLGEBRA ELEMENTAR. **Histórias de aulas de matemática 1**. Campinas, FE/Unicamp – Cempem/Prapem, 2001, (p. 5 – 17).

GEOVANNI, J.R. e CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática** (7ª série). São Paulo: FTD, 1992.

GEOVANNI, J.R. e PARENTE, E. **Aprendendo Matemática (6ª série)**. São Paulo: FTD, 1999.

LOSÂNGULO, SERÁ QUE PODE?

Maria das Graças dos Santos Abreu[17]

Primeiro dia de aula. Entro na sala de 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de Campinas e olho para aquelas *carinhas* meio assustadas, meio curiosas. Faço uma rápida apresentação pessoal, nome e disciplina com a qual trabalharemos e peço aos alunos que falem um pouco deles. Tímidos, ainda, não consigo muitas informações e por isso proponho que façamos uma atividade que eu chamo de "Expectativas".

Entrego uma folha *sulfite* com algumas figuras, palavras ou frase, que previamente colei, e peço-lhes que escrevam alguma coisa sobre eles mesmos: nome, idade, o que gostam de fazer etc... Em seguida, deverão inspirar-se na figura e escrever o que eles esperam para o ano, esclareço que a escrita não precisa ser somente referente à escola.

Guardo este trabalho comigo durante todo o ano letivo e, nos últimos dias de aula, devolvo-lhes e pergunto se o que eles esperavam aconteceu ou não. E, caso não tenha acontecido, peço que analisem o que não deu certo. Este trabalho é sempre muito bem aceito pela maioria dos alunos pois eles gostam de escrever sobre si mesmos e, para mim, é uma forma rápida de conhecer algumas das suas habilidades.

Já em casa, ponho-me a ler esses trabalhos. Surpresa! Três alunos, de uma turma de 27, apresentam algum problema de alfabetização. Um deles escreve sografia, onde seria Geografia, outro escreve espelhado (algumas palavras), outro me dá a impressão de que consegue realmente escrever bem apenas o primeiro nome. Guardei este material como de costume.

No dia seguinte, ao conversar com eles disse-lhes que havia lido tudo e gostado muito do que escreveram, mas observei que ninguém escrevera sobre Matemática. Por quê? Nenhuma resposta. Insisti e desta vez fui mais direta.

– *De tudo o que vocês já aprenderam, do que mais gostaram?*

– *Gostei dos desenhos de* losângulo*, respondeu uma garota.*

– *Gostei um pouco de* por cento*, porque entendi, afirmou outro lá.*

– *Não gostei de nada, falou um terceiro.*

[17] Professora de Matemática da Escola Estadual Joaquim Ferreira Lima e Colégio Dom Barreto em Campinas, SP.

– Não gosto de fração.

Silêncio. Mais um...

– Não gosto de Matemática de jeito nenhum, é muito difícil.

As respostas iam pipocando, porém agora parecia unânime: "Não gostamos de Matemática!".

Percebi que dois alunos, no fundo da sala, não haviam se manifestado. Resolvi, então, questioná-los diretamente e um deles não me respondeu nem quando lhe perguntei o nome. O outro disse:

– Não gosto de quê? Não, não gosto de nada, nem de escola.

A classe riu. O comentário trouxe-lhes um certo prazer. Recuei, afinal estamos somente no segundo dia de aula. Pensei: passarei muito tempo tentando mudar isso...

Ao término da aula, fui procurar planejamentos ou informações de anos anteriores que me orientassem por onde começar com esta turma. Nada encontrei exceto duas professoras da primeira fase do Ensino Fundamental que confirmaram minhas suspeitas sobre o problema da alfabetização. Fiquei apreensiva pela falta de informação sobre os alunos desta sala, pois a maioria deles freqüentava a escola desde a primeira série. Sendo assim, fiz como no trabalho de expectativa, inspirei-me no *losângulo* (sic) para dar início ao nosso ano de trabalho. Afinal, losângulo foi a 1ª coisa, referente à Matemática, a ser dita por eles. Isso ficou muito forte na minha cabeça, pois me perguntava: seria losango, ângulo ou uma fusão dos dois? Admito que fiquei presa à idéia de trabalhar ângulos, uma vez que a palavra de alguma forma surgiu.

Formei uma fila com alguns alunos e propus a seguinte atividade: Andaríamos pela sala como se estivéssemos marchando. Sob o meu comando eles seguiam em frente, viravam à direta (com alguns tropeços, qual é mesmo "à direita"?), viravam novamente para frente, depois à esquerda, e assim fomos ziguezagueando pela sala por mais algum tempo.

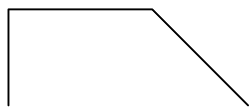
Perguntei então:

– Foi legal? Vocês gostaram? Vamos organizar uma nova fila e fazer novamente?

– Vamos, responderam em coro.

Recuamos as carteiras, recrutei um aluno para ser o comandante, formamos novamente uma fila e os alunos, sob o comando deste, iam caminhando enquanto eu, com o giz, marcava no chão o trajeto percorrido.

Ficou assim:



A partir deste desenho fizemos algumas considerações sobre: reta, semi-reta, segmento e ângulo. Quando acabou a aula, ouvi bem baixinho, os alunos exclamarem "já!!!"

Observei que apenas o conceito de ângulo não era claro para eles. Por exemplo, eles conseguem mostrar ou identificar um ângulo, mas não conseguem conceituá-lo.

Quando voltei para a aula, no dia seguinte, pareceu-me que os ânimos haviam esfriado. Sentia-me como se precisasse começar tudo de novo, mas quando desenhei, na lousa, a figura conseguida na aula anterior, o interesse parecia ter voltado, eles iam falando: reta, semi-reta, ângulo. Então aproveitei para perguntar:

– Como eu devo dizer se quiser explicar para alguém o que é um ângulo?

– Você fala que é um canto, respondeu alguém. Obtive então muitas respostas parecidas com essa, até que alguém falou.

– Toda vez que você muda de direção, você forma um ângulo.

Perguntei o que a classe achava dessa resposta, vocês gostaram? E aqueles alunos lá do fundo? Ah!, bem lembrado, continuam lá e ainda não olham para mim. Limitam-se a conversam entre eles mesmos.

Dando prosseguimento à aula, disse que iríamos fazer um desenho diferente hoje.

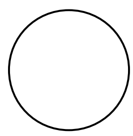
– Comandante, fique num ponto qualquer e os demais se coloquem ao redor, formando uma roda.

Uma das garotas sugeriu que o comandante fizesse perguntas sobre música ou outra coisa qualquer de que eles gostassem. Neste início de ano, os alunos têm muita curiosidade sobre quem ainda não conhecem, avaliei que isto também poderia ser bom e aprovamos a idéia. O comandante teria direito a uma pergunta para cada colega, e para isso, precisaria seguir uma ordem. Combinamos que ele sempre viraria à direita e eu aproveitei para perguntar:

– Do mesmo jeito que o relógio?

– Isso, responderam.

Enquanto os alunos se divertiam com as perguntas e respostas que lhes interessavam, eu aproveitei para fazer as marcações no chão, surgindo o desenho de uma circunferência.



– Vamos conversar um pouco sobre o desenho que conseguimos?

– Falemos, agora, de círculos, circunferências e, novamente, de ângulos.

– Vocês acham que é possível de se medir um ângulo?

– Sim. Responderam.

– Como?

– Com régua, disse alguém.

Neste momento soou o sinal. Pedi, então, para que trouxessem a régua para a próxima aula...

Lembram daquele aluno que disse não gostar de escola de jeito nenhum? Neste dia, ao sair da sala, disse-me tchau. Isso me deixou muito contente, senti que ele começava a me reconhecer.

Esta foi a maneira que encontrei para começar o ano letivo com estes alunos. Talvez você, caro colega, fizesse de outra forma. Eu acreditei que se partisse de algo que os interessava ou do que eles próprios tinham falado, poderia aproximar-me mais deles, conquistá-los... Eu não poderia ser a única voz naquele momento. Precisava criar uma ambiente em que pudéssemos compartilhar o que cada um sabia até chegar ali.

Minha intenção, neste relato, foi de iniciar-me na reflexão e na escrita sobre minhas experiências, através dessa narrativa, contar ao leitor como iniciei o ano letivo em uma turma heterogênea e da qual não possuía nenhuma informação.

Confesso que acabei por não discutir com os alunos, o que eles queriam dizer com **losângulo**, eu mesma acabei conduzindo os trabalhos para ângulos, perdendo, desta forma uma oportunidade de trabalhar quadriláteros também.

Para os leitores que ficaram curiosos sobre como os alunos tentaram medir ângulos com régua, aqui vai um pequeno relato:

Trouxeram réguas para medirmos os ângulos ?

– Não encontrei.

– Ih, esqueci!

– Eu tenho aqui uma régua normal. Serve?

– Meu irmão disse que precisa ser uma régua redonda...

Decidimos tentar medir ângulos com a régua **normal**. Mas, depois de algumas investidas concluíram que com este tipo de régua não poderíamos medir, pois sempre ficava faltando um pedacinho, não era reto totalmente como preferiram dizer. Se tentássemos medir a volta toda (360º), seria impossível com este tipo de régua.

– *Talvez fosse melhor uma régua redonda mesmo, sugeri. Mas será que existe?*

Conversamos um pouco sobre os diferentes caminhos seguidos pelos alunos para a solução deste problema, procurei mostrar-lhes que, mais importante que a solução é a nossa tentativa de alcançá-la...

Precavidamente, eu havia trazido para a aula alguns transferidores e, então, apresentei-os aos alunos. Alguns alunos mostraram-se satisfeitos por verificar que o que haviam imaginado era possível. Deixei-os fazer tentativas de medição e, a partir de algumas bem sucedidas, aproveitei-as para mostrar-lhes as graduações e suas denominações. Deste modo começamos a dar forma e a evoluir a partir das noções e sentidos que os alunos traziam para as aulas.

QUADRADOS E PERÍMETROS: UMA EXPERIÊNCIA SOBRE APRENDER A INVESTIGAR E INVESTIGAR PARA APRENDER

Por Juliana Facanali Castro[18]

O início de cada ano é mágico. Nos reveste de forças que achávamos definitivamente perdidas no cansaço do ano que acabou. Aqueles planos que havíamos adiado por falta de tempo ressurgem revigorados e quase gritam: agora você tem um ano todo pela frente e, portanto, não pode mais me deixar de lado. Mas, sobre o que estou falando? Sobre inserir Tarefas Investigativas no cotidiano da sala de aula e refletir sobre seu valor e papel no processo educativo de alunos e professores. No entanto, queria fazer isso sem me sobrecarregar com atividades extras e sem comprometer o conteúdo a ser ensinado e aprendido. Utopia? Talvez!

Entender as investigações matemáticas em sala de aula como estratégias de ensino e de aprendizagem, para professores e alunos, foi importantíssimo. Fez-me perceber que as investigações não poderiam ser vistas e tratadas como uma atribuição extra ou um conteúdo a mais, e sim como um modo alternativo e instigante de explorar alguns temas matemáticos. Isto porque, aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permitam a eles realizar atividade matemática, e nem sempre isso é possível. Mas, fazia-se necessário preparar-se matematicamente e pedagogicamente para esses momentos de exploração alternativa. Além disso, eu deveria estar pronta para o imprevisto e para o inusitado que com certeza aconteceria.

As tarefas investigativas e atividade matemática proporcionada por sua realização pelos alunos revelam-se importantes no processo educativo à medida que, segundo Abrantes (Abrantes et al, 1999):

- Possibilitam uma visão global da Matemática ao envolver os alunos em processos característicos desta, tais como exploração de hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e provar resultados (p. 1);
- Favorecem o envolvimento do aluno com o trabalho e conseqüentemente facilitam uma aprendizagem significativa;

[18] Professora do IV Ciclo do Ensino Fundamental da Rede Particular de Ensino de Campinas-SP e Mestranda em Educação Matemática pela FE-Unicamp.

- Fornecem múltiplos pontos de entrada para alunos de diferentes níveis de competências matemáticas e embora lidando com aspectos complexos do pensamento, reforçam as aprendizagens mais elementares (p. 1).

Quando se fala em aulas investigativas refere-se constantemente a **tarefa** proposta aos alunos e a **atividade** matemática realizadas por estes. Coloca-se a necessidade de esclarecer o significado desses dois termos. Para tanto recorro a Ponte:

As tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem – problemas, investigações, exercícios, projetos, construções, aplicações, produções orais, relatórios, ensaios escritos, etc. – proporcionam ponto de partida para o desenvolvimento de sua atividade matemática...

A atividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir a execução de numerosos tipos de ação (...) (Ponte et al, 1997, p. 73).

As tarefas, portanto, são propostas de trabalho levadas pelo professor à sala de aula, podendo estas, eventualmente, originarem-se das dúvidas e questionamentos dos alunos. Segundo Ponte et al. (1997), uma tarefa envolve uma situação de aprendizagem, relativa ao quadro de cultura do aluno, e ao conteúdo matemático, relativo ao currículo correspondente. Além disso, a tarefa deve apontar de modo sugestivo para conceitos e processos e proporcionar ao aluno uma boa oportunidade de se envolver em atividade matemática (p. 74).

As Normas Profissionais para o Ensino de Matemática (NCTM) listam características que devem estar presentes nas tarefas propostas pelos professores aos alunos nas aulas de Matemática. Segundo esse documento:

O professor de Matemática deve propor tarefas baseadas em:

- Matemática sólida e significativa;
- conhecimento das aptidões, interesses e experiência dos alunos;
- conhecimento da variedade de formas pelas quais os diversos alunos aprendem Matemática;

e que:

- apelem à inteligência dos alunos;
- desenvolvam a compreensão e aptidões matemáticas dos alunos;
- estimulem alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as idéias matemáticas;

- apelem à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático;
- promovam a comunicação sobre Matemática;
- mostrem a Matemática como atividade humana permanente;
- tenham em atenção e assentem em diferentes experiências e predisposições dos alunos;
- promovam o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática (NCTM, 1991).

Por **atividade** entende-se não a proposta de trabalho colocada ao aluno, esta é a tarefa, mas aquilo que ele faz com o propósito de explorar a tarefa: suas idéias, conjecturas, testes, argumentações, exemplos, estratégias, raciocínios, conclusões, cálculos, esboços, gráficos, figuras, registros escritos utilizando linguagem corrente e/ou matemática, colocações orais, discussões etc.

Há que se diferenciar agora tarefas de tarefas investigativas e a atividade da atividade investigativa. No que se refere às tarefas investigativas uma das características mais importantes é a que diz respeito ao seu grau de estruturação ou abertura a múltiplas abordagens. Para se encontrar o nível apropriado de abertura de uma tarefa de investigação é necessário considerar as experiências anteriores dos alunos e do professor nesse âmbito e este é, portanto, um aspecto que deve ser considerado quando da elaboração desta. Tarefas mais abertas tendem a dar espaço para a emergência de múltiplas interpretações e resoluções, promovendo entre os alunos discussões e negociações variadas e significativas. Outro aspecto relevante a ser observado é o cuidado com a redação das tarefas a serem propostas aos alunos, pois:

> a utilização de termos muito conotados com as investigações, nas próprias tarefas, tem a dupla vantagem de estes passarem a fazer parte do vocabulário dos alunos e, reciprocamente, de os ajudar a perceber de que tipo de atividade se trata (PORFÍRIO e OLIVEIRA, 1999, p. 115).

Mas, mesmo cuidando da abertura da tarefa e de sua redação, não se pode garantir que a atividade resultante da exploração desta pelo aluno seja investigativa. É neste momento que o papel do professor mostra-se fundamental. Ele deve estar atento e presente, fazendo questionamentos que vão além do que consta no enunciado da tarefa, como por exemplo:

- Quais argumentos você pode apresentar para tentar comprovar a validade de suas conjecturas?
- Procure justificar as relações que você estabeleceu.

- As relações que você estabeleceu são sempre válidas? Explique o motivo.

Como professora do IV Ciclo do período da tarde continuaria o trabalho iniciado em 2002 com duas turmas agora no 2º ano (8ª. série). Estaria também recebendo duas novas turmas, 1ºˢ anos (7ª. série). A idéia era a de propor um trabalho de sondagem que propiciasse a oportunidade de observar como trabalhavam em equipes, como comunicavam suas idéias matemáticas e de conhecer a relação que haviam construído, até então, com a Matemática. Além disso, a oportunidade parecia adequada para apresentar a eles o trabalho que seria desenvolvido neste novo Ciclo. Lembrei-me então de uma tarefa que eu havia proposto de improviso aos 1ºˢ anos do ano passado na qual investigavam as relações entre a quantidade de quadradinhos e os perímetros das figuras que podiam ser formadas com esses, e mais, como variavam esses perímetros quando a quantidade de quadradinhos aumentava.

A proposta, como enunciada acima, não parecia clara. Propus-me, então a elaborar um roteiro de trabalho para os alunos, além de tentar explicitar os objetivos da proposta e as orientações para que os alunos a realizassem a contento. A ficha de trabalho ficou assim:

Ficha: Analisando Quadrados e Perímetros

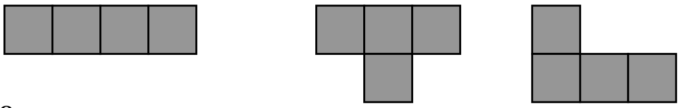
É **objetivo** deste trabalho propiciar aos alunos:

- Trabalho colaborativo em equipes;
- A experiência de fazer Matemática, formulando e resolvendo problemas, levantando hipóteses e testando-as, comunicando e justificando descobertas;
- Vivenciar as conexões da Geometria com Números, Álgebra, Combinatória, Análise

Elejam:

- Coordenador: ele deverá organizar o trabalho e resolver conflitos;
- Redator: deverá se responsabilizar pela versão final do registro, detalhando e organizando todas as etapas do trabalho;
- Cronometrista: controlará o tempo;
- Relator: comunicará oralmente o trabalho da equipe para a classe.
- Todos os alunos deverão participar das etapas de produção do trabalho.

- Vamos investigar o que acontece com o perímetro de figuras formadas por quadrados unidos pelos lados. Estes são apenas alguns exemplos:



Um roteiro ...

1. Construam figuras utilizando quantidade crescente de quadrados.
2. Observem o que acontece com os perímetros dessas figuras.
3. Organizem as informações obtidas.
4. Encontrem um padrão para os perímetros.
5. Utilizem esse padrão para prever o que acontecerá com os perímetros das figuras formadas por 10 quadrados.
6. Verifiquem se na prática essa previsão se confirma.
7. Façam outras previsões e justifiquem os motivos pelos quais elas podem ser consideradas corretas.
8. Tendo como base a investigação desenvolvida, vocês consideram possível prever o que acontecerá com os perímetros de uma figura formada por uma quantidade qualquer de quadrados? Se a resposta for afirmativa, explique como e se a resposta for negativa explique porquê.

Além de já ter trabalhado uma proposta similar a esta com duas turmas de primeiro ano em 2002, já havia proposto e discutido uma tarefa similar quando fui convidada pelo professor Dario Fiorentini a falar sobre *Aulas Investigativas* aos alunos da Licenciatura em Matemática da UNICAMP do período noturno e no GdS. Mesmo assim, tinha certeza de que seria surpreendida pelas produções dos alunos, afinal isso sempre acontece. Mesmo sabendo que, por mais preparada que estivesse, essa "previsível surpresa" aconteceria novamente, dediquei algumas horas do meu final de semana para tentar mapear a variedade de estratégias, caminhos, interpretações, percepções, conjecturas, padrões, conclusões que os alunos poderiam vir a ter a partir do momento que estivessem envolvidos com a proposta. De todo esse trabalho só ficou a certeza de que é necessário preparar-se para o inesperado mas, por mais que nos preparemos para ele nunca estaremos cobrindo todas as possibilidades. E isso é bom pois a certeza de que sempre há algo a aprender é que me move. Além disso, percebo que o algo que há para aprender depende do quão preparada estou e que essa afirmação também é verdadeira quando se fala em ensinar. Acredito que isso se deva ao fato de que ensinar e aprender sejam ações que não se dissociam nunca.

Era uma segunda-feira, primeiro dia de aula. Havia muito que dizer a eles, pois iniciavam um novo Ciclo com seus objetivos específicos e maior nível de exigência, além de se depararem como novos professores e suas peculiaridades. Era necessário saciar a curiosidade deles. Falei o que me parecia necessário, respondi o que me perguntavam e organizei-os em quartetos. Cada um dos alunos recebeu então a proposta de trabalho. Lemos juntos objetivos e orientações. Expliquei que a princípio todos deveriam envolver-se com a investigação cuidando para registrar as etapas do trabalho em seus respectivos cadernos. Reforcei que, apesar dos registros serem individuais o trabalho não o era. Eles estavam organizados em equipes para que pudessem discutir caminhos e estratégias, dividir tarefas, validar, ou não, conjecturas levantadas, etc. Apesar de cada um dos integrantes ter um papel definido no trabalho, este se constituía em mais uma atribuição além da de envolver-se em todas as etapas do trabalho.

A decisão de que a proposta de trabalho fosse realizada pelos alunos em equipes visava também possibilitar que eu acompanhasse mais de perto, e com mais tempo, os trabalhos de cada uma das equipes.

O roteiro sugerido ultrapassava a função de "lista de procedimentos necessários para se atingir um objetivo". Os alunos não o trataram como "receita" mas sim como parâmetro. A maioria dos alunos seguia seus próprios caminhos e depois retornavam ao roteiro procurando identificar o que dele havia sido contemplado e o que não e discutiam entre eles e comigo, como o fazer.

A partilha das produções de cada uma das equipes com as demais ocorreu imediatamente depois da realização desta. O relator, responsável pela comunicação à classe das produções da equipe, o fez tendo em mãos um cartaz. Esse cartaz elaborado pela equipe, mas cuja confecção era responsabilidade do redator, continha as idéias básicas do raciocínio utilizado para exploração da tarefa e as principais descobertas e conclusões da equipe. Estratégias, descobertas e conclusões foram apresentadas à classe e discutidas, problematizadas e contestadas por esta. Este momento possibilitou mais que a troca entre os alunos, foi também um exercício de respeito ao outro, de valorização do indivíduo inserido numa equipe colaborativa.

A seguir, apresento um resumo das principais conclusões[19], das principais descobertas dos alunos. O faço com minhas palavras na tentativa de

[19] Não apresento as produções dos alunos que deram origem às conclusões que apresento pois na ocasião em que foram feitas, não tinha em mente tomá-las como objeto de reflexão e investigação. Baseio-me então em meus registros diários, procedimento que se tornou cotidiano em minha prática.

enquadrar uma série de conclusões ou descobertas similares numa mesma categoria.

- A quantidade de perímetros possíveis para uma figura formada por um número fixo de quadradinhos (sendo este número maior ou igual a quatro), não é única. Dependendo de como se forma a figura, obtém-se perímetro mínimo, máximo ou intermediário.

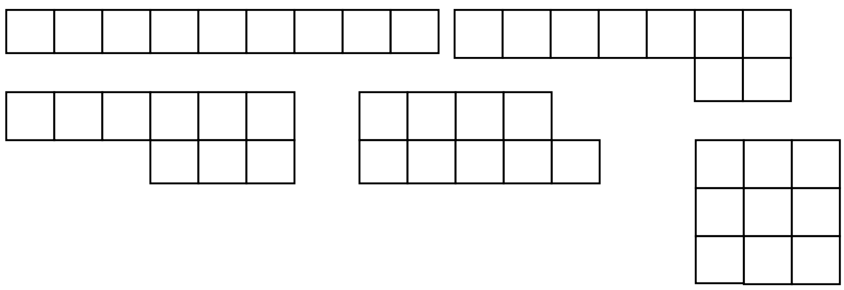
A idéia abordada aqui é a de que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes. Em momento algum toquei nesse assunto e nem eles fizeram referência. Teria sido bastante importante, acredito. Mas, naquele momento, eu não estava pronta para isso e só estou agora pois agora é depois e o depois é o momento de algumas percepções e aprendizagens.

- Com uma mesma quantidade de quadradinhos pode-se obter perímetros diferentes, dependendo da figura que se forma. Quanto maior o número de quadradinhos usados para formar a figura, maior será a possibilidade de perímetros diferentes.

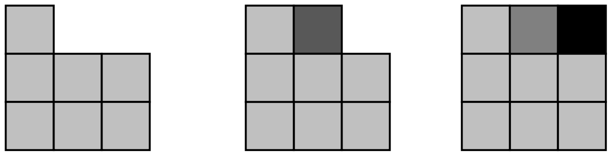
Outra linha de análise está presente aqui. Ao invés de focar o olhar no valor dos perímetros, estes alunos focam o olhar na quantidade de perímetros. Sendo esta uma proposta relativamente aberta à exploração dos alunos, era esperado que isso acontecesse. Aonde será que isso nos levará? Seremos capazes de relacionar quantidade de quadradinhos e quantidade de perímetros possíveis? Essas grandezas dependerão exclusivamente umas das outras?

- O menor perímetro acontece quando formamos um quadrado com os quadradinhos, ou a forma que mais se aproxima dele.

Nesse ponto, percebe-se presente a idéia do quadrado minimizando o perímetro das figuras possíveis de serem construídas com uma mesma quantidade de quadradinhos, ou seja, com a mesma área.



Mas também maximizando a área de figuras de mesmo perímetro



- Quando a figura formada é um quadrado e deseja-se obter seu perímetro, extrai-se a raiz quadrada da quantidade de quadradinhos e multiplica-se por quatro. Em linguagem algébrica, sendo x a quantidade de quadradinhos, teremos:

$$\textit{Perímetro Mínimo} = 4\sqrt{x}$$

Os alunos escrevem uma fórmula e não se esquecem de dar significado para suas variáveis e condicionar a validade desta. A complexidade da análise do perímetro mínimo se revela e os alunos trabalham na tentativa de encontrar um ou mais padrões para o perímetro das figuras que não são quadradas.

Hoje percebo que esse perímetro também é o perímetro mínimo das figuras formadas por $x^2 - 1$, $x^2 - 2$, ..., $x^2 - (x-1)$ quadradinhos. Percebo também que esse perímetro acrescido de 2, [isto é, $4\sqrt{x} + 2$], é o perímetro mínimo das figuras formadas por $x^2 + 1$, $x^2 + 2$, ..., $x^2 + x$ quadradinhos. Seguindo o mesmo raciocínio, $4\sqrt{x} + 4$ é o perímetro mínimo das figuras formadas por $x^2 + x + 1$, $x^2 + x + 2$, ..., $x^2 + x + x$ quadradinhos. A próxima figura, formada por $x^2 + 2x + 1$ quadradinhos é um quadrado perfeito e portanto seu perímetro mínimo é $4\sqrt{x+1}$.

De repente me percebo aprendendo Matemática com meus alunos e isso me surpreende. Minha surpresa deve estar surpreendendo o leitor. Apesar de ter presente em meu discurso a crença na reciprocidade do ensino e da aprendizagem nas relações entre aluno, professor e conteúdo, só neste momento a percebi se confirmando. Só agora me flagrei estabelecendo relações que só foram possíveis a partir de análises de conclusões, percepções e falas de alunos.

- O maior perímetro acontece quando formamos uma fileira com os quadradinhos. Para obtê-lo dobra-se a quantidade de quadradinhos e soma-se dois. Portanto:

$$\textit{Perímetro Máximo} = 2x + 2$$

O retângulo de largura unitária é logo identificado como o de perímetro máximo, pois, nele, perde-se o mínimo possível de lados dos quadradinhos. A fórmula para o perímetro máximo é escrita de forma a ser compatível com a do perímetro máximo pois em cada uma delas x representa a quantidade de quadradinhos utilizada para formar a figura.

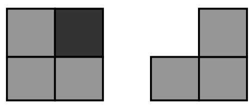
Acabo de perceber que meus alunos pensam diferente de mim: seus raciocínios são muito mais geométricos que os meus. Essa percepção me parece importantíssima para que eu possa compreender melhor seus raciocínios e fazer intervenções mais adequadas. Estou aprendendo a conhecer como meus alunos aprendem.

Os perímetros são sempre números pares.

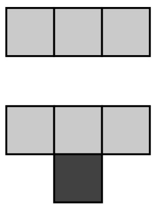
Apesar dessa conclusão ter sido tirada tendo como base dados empíricos as fórmulas escritas pelos alunos a confirmam pois: $2x + 2$ é par com certeza e $4\sqrt{x}$ também o é sendo x quadrado perfeito. Os demais perímetros o serão também pois:

- Sabendo o menor e o maior perímetro descobre-se também os demais que são os pares entre eles.

Essa afirmação se justifica pois cada vez que se aumenta um quadradinho ou o perímetro não aumenta ou aumenta duas unidades. Veja:



Neste caso o perímetro não aumentou.



Neste caso o perímetro aumentou duas unidades.

- Uma maneira para se calcular um perímetro mínimo qualquer:

– Quando se tem uma quantidade de quadradinhos para a qual há duas possibilidades para o perímetro, o perímetro mínimo é obtido fazendo o dobro da quantidade de quadradinhos.

– Quando se tem uma quantidade de quadradinhos para a qual há três possibilidades para o perímetro o perímetro mínimo é obtido fazendo o dobro da quantidade de quadradinhos menos dois

– Assim se a quantidade de perímetros diferentes for quatro deverá se fazer o dobro menos quatro. Se for cinco, o dobro menos seis. E se for "n" o dobro da quantidade de quadradinhos menos o dobro da quantidade de perímetros diferentes menos quatro.

Quantidade de Quadrados	*Perímetros Possíveis*	*Quantidade de Perímetros*
1	4	1
2	6	1
3	8	1
4	8, 10	2
5	10, 12	2
6	10, 12, 14	3
7	12, 14, 16	3
8	12, 14, 16, 18	4
9	12, 14, 16, 18, 20	5
10	14, 16, 18, 20, 22	5
15	16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32	6
20	18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42	13
100	40,42, 44,46,48, ..., 196, 198, 200, 202	82
N	2n – (2x – 4) , ..., 2n + 2	x

Como concluir? Não encontro outra maneira senão reforçar que a cada nova experiência com Aulas Investigativas convenço-me de que elas constituem-se em oportunidades de aprendizagem para professores e alunos. Para aproveitá-las, ambos precisam aprender a investigar investigando e refletindo sobre essas investigações. Compreender melhor o que sejam as tarefas investigativas e a atividade investigativa é importante mas essa compreensão só vem quando aliamos a teoria e a prática, o planejar e o agir, e o refletir antes, durante, depois e sobre a reflexão, alimentando um ciclo ininterrupto de reflexão e ação sobre a própria prática, seja ela de aluno ou de professor.

Referências

ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; BRUNHEIRA, L.. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa. APM. 1999.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM): **Professional standards for teaching mathematics** , Reston – VA, NCTM, 1991.

PONTE, J. P.; BOAVIDA, A. M.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. **Didática da Matemática: Ensino Secundário**. Lisboa. Ministério da Educação. Departamento do Ensino Secundário. 1997.

PORFÍRIO, J.; OLIVEIRA, H. Uma reflexão em torno das tarefas de investigação. In: ABRANTES., P. et al. (org.). ***Investigações matemáticas na aula e no currículo***. Lisboa. APM. 1999.

AVIÕES NO ALVO HIGIÊNICO... OU BAGUNÇA ORGANIZADA?

Por Adilson Pedro Roveran[20]

Este é o relato de uma aula para quinta série que aconteceu em um final de bimestre, quando médias já estavam entregues e os estudantes não tinham muita motivação para estudar e iniciar assunto novo. O que fazer em ocasiões como essas?

Estávamos lendo e praticando o livro "Geometria das dobraduras" de Luiz Márcio Imenes (1989) e, coincidentemente, iríamos montar o aviãozinho de papel, que explora ângulos, quando – inevitável – começou a "guerra" de aviões.

Em geral, eles atendem prontamente às questões disciplinares e eu senti que seria uma grande injustiça proibi-los de atirar os aviões. Estava justamente refletindo que não há justificativa didática que sustente 45 alunos em batalha aérea, quando um dos meninos, resfriado, veio pedir para ir ao banheiro assoar o nariz. Pedi que trouxesse um rolo de papel higiênico, pois fazia frio e havia outros com o mesmo problema.

Ao colocar o rolo sobre o armário surgiu a idéia de promover uma disputa entre meninos e meninas e, imediatamente, desafiei-os a tentar, postados do outro lado da sala a acertar o furo do canudo que fica no centro do rolo de papel.

Para que fosse viável, eles sugeriram que houvesse regras e estabelecemos as seguintes:

– Acertar o avião dentro do "alvo", vale 15 pontos.

– Acertar o avião no rolo, vale 5 pontos.

– Jogar o avião fora de hora, atrapalhando o lançamento dos colegas, leva cartão amarelo e perde 1 ponto.

– Jogar o avião para fora da janela, cartão vermelho e perde 3 pontos.

---

[20] Professor efetivo nas redes municipal (até 1999), estadual e particular de ensino da cidade de Campinas e integrante do "Grupo de Sábado" desde sua fundação. E-mail: aproveran@yahoo.it

Alinhei-os em fila, por fileira de carteiras e, um a um, foram atirando seus artefatos, tentando atingir o alvo. Notei que, à medida que iam errando, mais motivados ficavam em tentar acertá-lo.

Quando tocou o sinal, terminando a aula, decepção geral. Não queriam parar, principalmente porque os meninos perderam – jogaram dois aviões para fora da janela – e não queriam aceitar que ninguém tivesse acertado o alvo.

Com as meninas comemorando e os meninos indignados, organizei-os com um pouco de dificuldade e sugeri que praticassem em casa que nós voltaríamos a jogar em outra aula.

Acredito que, na próxima reunião de pais, terei um retorno, por parte destes, reclamando ou contando como têm sido os treinamentos higiênicos...

REFERÊNCIA

IMENES, L.M. **Geometria das dobraduras**. (Coleção Vivendo a Matemática). São Paulo: Scipione, 1989.